均衡と不均衡(あるいは虚構と現実)(Ⅶ)

—ワルラスの均衡論—

甲斐原　一　朗

ワルラス以降の国民経済分析は，（ i ）個別的経済主体の経済行動の分析，（ ii ）多数の個別的主体の行動間の調整の問題，という2つの手続きで行われる。前号の二階堂理論も，この伝統的方法を踏襲しているが，ワルラス以降の諸理論との対応のため，はじめにやや複雑であった前号のモデルを要約することとする。

【A】個別主体の経済行動

手続き（ i ）について，まず生産可能領域と選好場が定義される。（以下では n 次元の空間 R^n が仮定される）

（ a ）生産可能領域

（ i ）ある生産工程において，第 j 財が y''_j 単位投入されて，y'_j 単位生産されたとすれば，純生産量は $y_j=y''_j-y'_j$ であり，この工程はベクトル $y=(y_1, y_2, \cdots, y_n)$（$n$ は経済における財の数）で表わされる。[$y_j>0$ のとき生産物，$y_j<0$ ならば投入財，$y=0$ ならばこの工程には無関係な財である]

（ ii ）一般に第 j 工程を（y を a におきかえて）$a^j=(a_{1j}, \cdots, a_{nj})$ とかくこととし，国民経済が s 個の工程をもつとすれば，それは行列

$$A=\begin{bmatrix} a_{11}, a_{12}, \cdots, a_{1s} \\ \vdots \\ a_{n1}, a_{n2}, \cdots, a_{ns} \end{bmatrix}$$

で表わされ，それぞれの操業水準を $x_j(\geqq 0)$ とすれば，同時操業による生産

量は，$x'=[x_1, \cdots, x_s]$ として

$$y=\sum_{j=1}^{S} x_j a^j \quad \text{or} \quad y=Ax \tag{1}$$

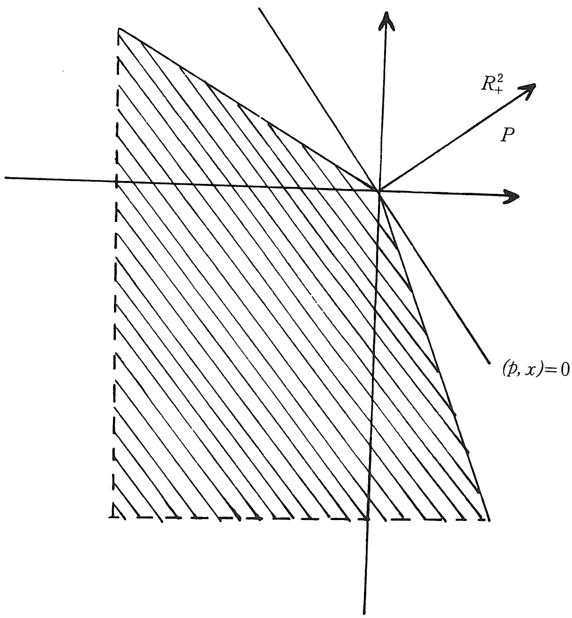
とかける。

（iii）（1）式の形にかくことのできる R^n の全ての y が，主体にとって技術的に可能な生産の全体をつくる。これを集合 Y で表わして生産可能領域と定義する。

（iv）上の集合 Y は，（滑らかな曲面ではなく）s 個の点 a_j が張る閉凸錐で，つぎの性質をもつ。

（イ）投入財のあるものは，たとえば労働力のように本源的生産要素で，体系の外部から流入しなければならず，それにはある限界があって，生産可能領域もそれだけ縮小される。

〔図　1〕



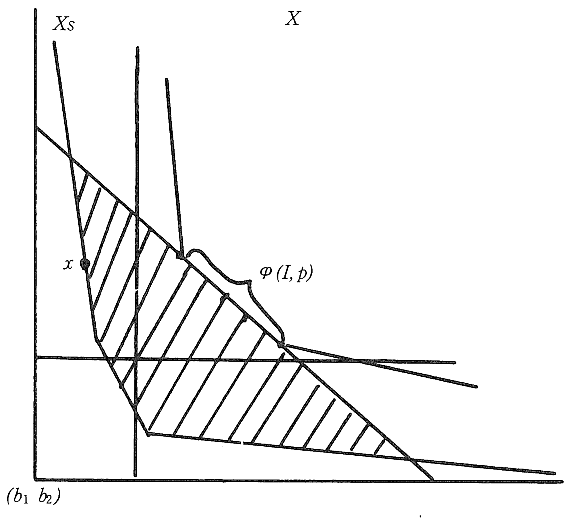
（ロ）望ましい生産には，労働力等の投入といった犠牲がともなう（桃源境の否定)。したがって0以外の Y の点は，必らず負の成分を含むこととなり $Y \cap R^n_+=\{0\}$

（v）第 i 財の価格を $p_i \geqq 0$ とすれば，n 次元ベクトル $p=(p_1, \cdots, p_n)$ は価格体系を表わす。R^n の原点を通り p を法線とする超平面 $(p, x)=0$ が確定され，R^n_+ と Y はそれぞれその平面の反対側にあり（図1），全ての $y \in Y$ に対し，$(p, y) \leqq 0$ となる〔分離定理〕。

（vi）Y の点 y に対し $y \leq z$ となるような $z \in Y$ が存在しないとき，工程 y は有効であるといい，Y の有効点全体の集合は，一般に R^n 内の超曲面になる。（イ）$\hat{y} \in Y$ がこの集合の有効点であるための条件は，$(Y-\hat{y})$ が R^n_+ と0以外に共通点をもたないことである $[(Y-\hat{y}) \cap R^n_+=\{0\}]$ （ロ）$\hat{y} \in Y$ が有効点であれば，価格ベクトル $p \geq 0$ の下で

$$(p, y) \leqq (p, \hat{y}) \qquad (2)$$

〔図　2〕



（b）選好場

財のある量の組について効用ないし選好が定義される。

（i）任意の2つの各財の組 $x=(x_1, \cdots, x_n)$, $y=(y_1, \cdots, y_n)$ が与えられたとき，消費者は各財に対する嗜好に基いて（イ）x は y より好ましい（ロ）y は x より好ましい（ハ）x と y は同等に好ましいの判断を下す。

（ii）効用判断可能な財の集合 X が与えられ，X 上に上記の優劣の比較が導入されたとき，1つの選好場が与えられたとする。x と同程度に好ましい X の点は，X 内の部分集合 Xx を作り，これを無差別曲面という。(図2参照)

（iii）選好場 X の各点 x に実数値 $u(x)$ を与えて，X の点の間の選好順序と対応する関数値 $u(x)$ の大小が，完全に対応するとき，$u(x)$ を効用指標という。（イ）一般に x, y, w を選好場の点とし，z が線分 $[x, y]$ 上にあるとき，x と w, y と x が同等であれば，z と w も同等である（このとき選好順序は凸という)。効用指標についても，$z \in [x, y]$ で $u(x), u(y) \geqq w$ ならば，$u(z) \geqq w$ となる。(この条件を満す関数を擬凹関数という）（ロ）$u(x)$ が X の全域で最大値をもつとき，最大点 x を飽和点という。（ハ）定ベクトル b があって，全ての $x \in X$ に対し $x \geqq b$ とする (X は下から有界というが，たとえば生命維持に不十分な消費財の量は，効用判断の対象にならないということで，選好場はそれだけ狭くなる)。

（c）（1）消費者の選好行動は，価格と所得に制約され，その均衡の結果，消費者の需要が定まる。（i）与えられた価格 $p>0$, 与えられた所得 $I>0$ の下で，消費者が需要（購入）しうる財の組 $x(\in X)$ は

$$(p, x) \leqq I \qquad (3)$$

に服せねばならぬ。

（ii）（3）式を満す購入量 $x \in X$ は，一般に多数あるが，効用指標 $u(x)$ を最大ならしめるような x がえらばれる。すなわち需要量 $\hat{x}$ は，変域 $X \cap \{x \mid (p, x) \leqq I\}$ における最大値問題 $\max u(x)$ の解としてえられる。〔念のため付言すれば，$(\alpha)X$ および $\{x \mid (p, x) \leqq I\}$ はともに閉集合であるから，その共通部分 $X \cap \{x \mid (p, x) \leqq I\}$ も閉集合である。(β) また X は下界 b と上界

I/p_j をもつから，上の変域は有界，したがってコンパクトである。（r）したがって連続関数 $u(x)$ はこの集合上で最大値 $\max u(x)=u(\hat{x})$ に達するのである〕

かくて (I, p) か $\hat{x}$ への写像すなわち需要関数

$$\varphi(p)=\{\hat{x} \mid (p, x) \leqq I \text{の下に} \max u(x)=u(\hat{x})\} \qquad (4)$$

が定義される。

（2）他方生産者はその利潤 (p, y) が最大になるような生産量 $\hat{y}$ を選定するのであり，したがって供給関数は

$$\psi(p)=\{\hat{y} \mid \max (p, y)=(p, \hat{y})\} \qquad (5)$$

が定義される。

【B】需要・供給の調整

(14) つづいて第二段の手続きとして，社会全体の調和を問題とすることとし，l 個の消費単位 i, m 個の生産単位 k, n 種の財 j を仮定する。

（a）（i）前述の需要および供給関数を合計して，体系全体の

$$\text{総需要関数}\quad \varphi(p)=\sum_{i=1}^{l} \varphi^i(p) \qquad (6)$$

$$\text{総供給関数}\quad \psi(p)=\sum_{k=1}^{m} \psi^k(p) \qquad (7)$$

がえられる。(ii) 初期保有 a^i は一応全量 $[a=\sum_{i=1}^{l} a^i]$ が市場に提供されると仮定するが，これにより (α) 市場における商品量は $a+\psi(p)$ となり，(β) 消費者の所得は，a^i を市場に提供してえられる (p, a^i) と企業からの配当（後述）の合計となる。〔具体的には a^i に彼の販売可能な労働力を含め，(p, a^i) は賃金収入と手持財の販売収入の合計である〕

（b）社会的調和の問題は，特定の価格ベクトル $\hat{p}>0$, ($\hat{p}$ の下での）消費単位 i の需要量 $\hat{x}^i \in X_i$，生産単位 k の生産量 $\hat{y}^k \in Y_k$ から作られる組 $[\hat{p}; \hat{x}^1, \cdots, \hat{x}^l; \hat{y}^1, \cdots, \hat{y}^m]$ が

$$\sum_{i=1}^{l}\hat{x}^{i}_{+}=\sum_{i=1}^{l}a_i+\sum_{k=1}^{m}\hat{y}^{n} \qquad (8)$$

を満す条件を求める問題である。あるいは上述の $\varphi(p)$ と $\psi(p)$ との均衡を求める問題ともいえる。

（c）体系の均衡状態は，これらの需要関数が一意関数であれば，$\varphi(p)=\psi(p)$ とかけるが，ここでは集合値関数であるから，ある価格 p において，$\varphi(p)$ と $\psi(p)$ が共通元を含むこと，すなわち

$$\varphi(p)\cap\psi(p)\neq\phi$$

あるいは $\chi(p)$ を超過供給関数として

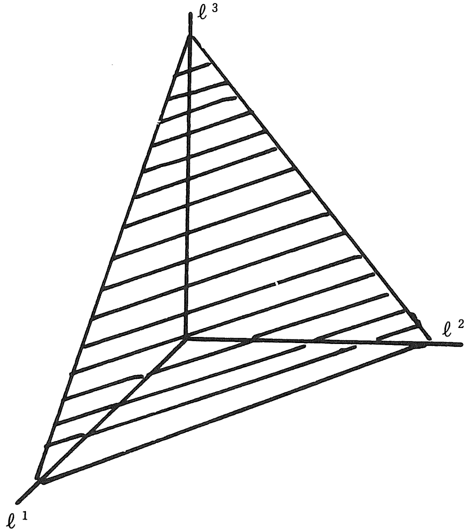
$$\chi(p)=\psi(p)-\varphi(p)\supset 0$$

で表されることとなる。

（d）ただし均衡解の証明には若干の数学的準備が必要である。

（i）$\varphi^{i}(p)$, $\psi^{k}(p)$ において $\max u$, $\max(p, y)$ の存在を保証するためには，変域がコンパクト，したがって有界でなければならない。$c_j \leqq x_j \leqq d_j$

〔図　3〕



$(j=1, \cdots, n)$, $d=(d_1, \cdots, d_n)$; $h^i{}_i=a_i+d$ とし，$E=\{x \mid x \in R^n,\ c_j \leqq x_j \leqq d_j\}$，および $E_i=\{x \in R^n,\ b^i \leqq x \leqq h^i\}$ から，超直方体

$$\Gamma=a+m\times E-(E_1+E_2+\cdots\cdots E_l)$$

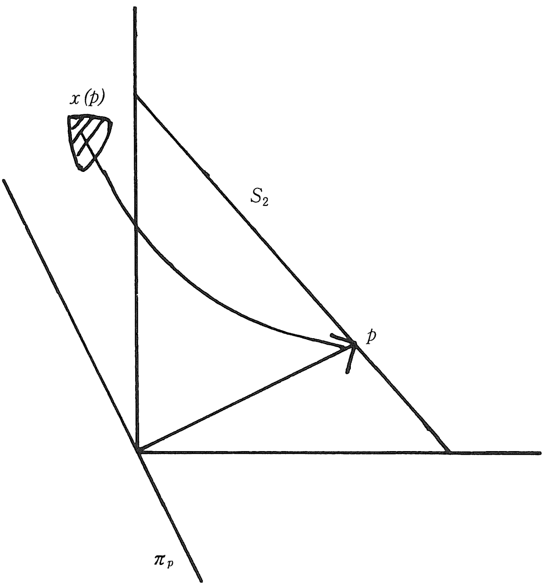
を作り，変域を Γ の内部に制限する。このとき超過供給関数

$$\chi(p)=a+\sum_{k=1}^{m}\psi^k(p)-\sum_{i=1}^{l}\varphi^i(p)\subset\Gamma \qquad (9)$$

が成立し，$\chi(p)$ は Γ の空でない部分集合である。

（ii）価格体系については，各財1単位から成る財の組 $u=(1, 1, \cdots, 1)$ を尺度財にとり，u の価格が1に等しいような，すなわち $(p, u)=\sum_{j=1}^{n}p_j=1$ となるような価格体系を採用する。このとき集合 $S_n=\{p \mid p \geqq 0,\ \sum_{j=1}^{n}p_j=1\}$ を作れば，これは R^n の n 個の単位ベクトル e^i（第 i 成分が1で，その他は0のベクトル）を頂点とする $(n-1)$ 次元超平面となる。数学的は $n-1$ 次元単体といわれ，$n=3$ のとき図3の三角形となり，$n=2$ のとき直線となる。

〔図　4〕



このときある価格 $p=(p_i, \cdots, p_n)$ は単体 S_n 上の点で表わされる。

（iii）ところである適当な価格 $\hat{p}\in S_n$ において，超過供給 $\chi(p)$ が，その成分が全て非負であるような財の組 $\hat{x}\geqq 0$ を含む場合が，最も一般的な意味での経済均衡の状態といえる。まずその意味を直観的に理解するため，$n=2$ の場合を考える（図4）。$n=2$ であるから，S_n は直線で，価格はその上の点 p で表わされ，それに対応して $\chi(p)$ も定まる。方向比が p である超平面 $\pi_p[(p, x)=0]$ は，前述のように空間を正負の領域に分離する。超過供給 $\chi(p)$ が π_p の非負領域内にあることが，均衡の条件である。他方 p の移動（変化）に応じて，その写像である $\chi(p)$ も，その形を変えながら，この非負領域内を動き回り，結局 $\chi(p)$ が R^n_+ と交わるであろうことは，直観的に予想できる。そこでは $\hat{x}\geq 0$ である。

（e）$n>3$ の場合，やや複雑となるが，（i）まず価格反応関数を導入する。これは R^n の任意の点 x と，$p\in S_n$ の組 $[p, x]$ に対して，ある価格 $q=\theta(p, x)$ を対応させるもので

$$\theta_j(p, x)=\frac{p_j+\max(-x_j, 0)}{1+\sum_{s=1}^{m}\max(-x_s, 0)} \tag{10}$$

が定義される。現行価格 p と超過供給 x に応じて $[x_s>0$ のとき $\max(-x_s, 0)=0]$ 新価格 $\theta_j(p, x)$ が指定されるのであって，$(\alpha)\ \theta_j(p, x)\geqq 0$ (β) 恒等的に $\sum_{j=1}^{n}\theta_j(p, x)=1$ であるから，$\theta(p, x)$ はつねに S_n 上の点となる。（ii）さらに上式は，$[p, x]$ の連続関数であるから，とくに x の動き回る範囲を，前述の超直方体 Γ 内に限定することによって，直積 $S_n\times\Gamma$ 上で定義され，S_n の値をとる一意連続写像

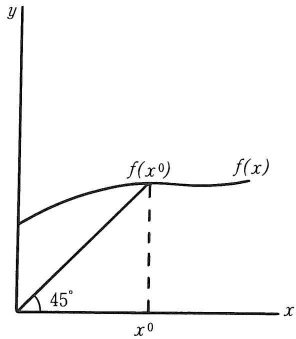
$$[p, x]\rightarrow\theta(p, x): S_n\times\Gamma\rightarrow S_n \tag{11}$$

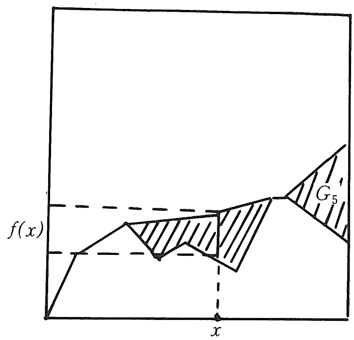
が定義される。

（f）つぎに与えられた超過供給関数 $\chi(p): S_n\rightarrow\Gamma$ と価格反応関数を組合せて，$S_n\times\Gamma$ 上の集合 $f(p, x)$ を

$$f(p, x)=\{\theta(p, x)\}\chi(p)$$

〔図　5〕





によって定義する。ついで $S_n \times \Gamma$ の任意の点 $[p, x]$ に $f(p, x)$ を対応づける写像

$$[p, x] \rightarrow f(p, x) : S_n \times \Gamma \qquad (12)$$

を定義する。

（g）ここで不動点という数学的概念を導入する。最も簡単な例として，図5の x_0 と $f(x_0)$ について，$f(x_0)=x_0$ が成立する。このとき x_0 のことを $f(x)$ の不動点というのである。この延長としていくつかの不動点定理があるが，ここでは点対集合写像へ拡張した“角谷の不動点定理”が有効である。X, Y を（同一のまたは異なる）R^n 内の2集合とし，Y はコンパクトであるとする。X の点 x に Y の部分集合 $f(x)$ を対応づける点対集合写像 $f: X \rightarrow Y$ を仮定する。直積空間 $X \times Y$ の中の部分集合 $G_f=\{(x, y) \mid y \in f(x), x \in X, y \in Y\}$ は，通常のグラフと考えられる（図4）。

$f: X \rightarrow X$ として，これが閉写像であれば，不動点 $\hat{x} \in f(\hat{x})$ が存在するというのが角谷の定理の趣旨である。

ところで（12）式の $S_n \times \Gamma$ を，角谷の X と考えれば，$S_n \times \Gamma$ 内に不動点 $[\hat{p}, \hat{x}] \in f(\hat{p}, \hat{x})$ が存在することとなる。これは $\hat{p} \in S_n$, $\hat{x} \in \Gamma$ についての関係式 $\hat{p}=\theta(\hat{p}, \hat{x})$, $\hat{x}=\chi(\hat{p})$ の成立にほかならない。

（h）（i）$\hat{x} \geqq 0$ である。(註)

（ii）ある $\hat{p} \in S_n$ において，$\chi(p)$ は非負のベクトル $\hat{u} \geqq 0$ を含み，$\chi(p)$ の定義から $\hat{u}$ は

$$0 \leqq \hat{u}=\sum_{i=1}^{l} a^{i}+\sum_{k=1}^{m} \hat{y}_{k}-\sum_{i=1}^{l} \hat{x}^{i} \tag{13}$$

とかきかえられる。$\hat{p}>0$ であるから

$$0 \leqq (\hat{p},\ \hat{u})=\hat{p}(\sum a^{i})+\hat{p}(\sum \hat{y}^{k})-\hat{p}(\sum \hat{x}^{i}) \tag{14}$$

が成立する。

ところで所得 I^{i}_{+} の制限の下で，x^{i} を購入するということであったが，真の $\max u^{i}(x^{i})$ を実現するためには，当然所得の全額を支出しなければならない。そして所得は $[\hat{p},\ a^{i}]$ に，生産における利潤 $[\hat{p},\ \hat{y}^{k}]$ からの配当の $\alpha_{ik}[\hat{p},\ \hat{y}^{k}]$ を加えることとなり，経済全体では $\sum_{i=1}^{l} I^{i}=\sum_{i=1}^{l}[\hat{p},\ a^{i}]+\sum_{i=1}^{l}\sum_{k=1}^{m}\alpha_{ik}[\hat{p},\hat{y}^{k}]$，$\sum_{i=1}^{l}\alpha_{ik}=1$ であるから，総所得は $\hat{p}(\sum a^{i})+\hat{p}(\sum \hat{y}^{k})$ となる。これが全額支出されるから，$\hat{p}(\sum a^{i})+\hat{p}(\sum \hat{y}^{k})=\hat{p}(\sum \hat{x}^{i})$ となり，（14）式の u は0となり，（13）式において

$$\sum_{i=1}^{l} a^{i}+\sum_{k=1}^{m} \hat{y}^{k}-\sum_{i=1}^{l} \hat{x}^{i}=0$$

が成立して，需要と供給の均衡が実現するのである。

（註）（10）式から　$\hat{p}_j=\dfrac{p_j+\max(-\hat{x}_j,\ 0)}{1+\sum_s \max(-\hat{x}_s,\ 0)}$　$(j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$　がえられ，

$\sum_{s=1}^{n}\max(-\hat{x}_j,\ 0)=\lambda$ とすれば，分母を払って $\lambda\hat{p}_j=\max(-x_j,\ \theta)$ となる。

両辺に x_j をかけて総和を作れば

$$\lambda\sum_{j=1}^{n}\hat{p}_j\hat{x}_j=\sum_{j=1}^{n}\hat{x}_j\max(-\hat{x}_j,\ 0)=-\sum-\hat{x}_j\max(-\hat{x}_j,\ 0)$$
$$=-\sum_{j=1}^{n}[\max(-\hat{x}_j,\ 0)]^2$$

すなわち　$\sum_{j=1}^{n}[\max(-\hat{x}_j,\ 0)]^2=-\lambda(\hat{p}_j,\ \hat{x}_j)$ がえられ，$(\hat{p},\ \hat{x}_j)\geqq 0$，$\lambda\geqq 0$ から　$\sum_{j=1}^{n}[\max(-\hat{x}_j,\ 0)]^2=0$ が成立し，各 j について $\max(-\hat{x}_j,\ 0)=0$ すなわち $\hat{x}_j\geqq 0$ $(j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ をうる。

【C】ワルラスの模索過程

単体 S_n 上に特定の点である不動点 p が見出されたとき，需要と供給の均衡が成立するというのが，二階堂モデルの結論であった。ここでまずいわゆるワルラスの模索過程を，これとの対応において考えることとしたい。

（a）（イ）ワルラスは交換の場としての市場の典型として，パリの証券市場を選び，そこでの3分利づきフランス国債の取引を紹介する。国債の相場を60フランとする。これを60フランまたはそれ以下の価格で売るよう注文をうけた仲買人は，国債のある数量を60フランで供給する。（このように一定の価格で一定量の商品が供給されるとき，有効供給という）他方60フランまたはそれ以上の価格で買うよう注文をうけた仲買人はある数量を需要する（一定価格で一定量の商品が需要されるとき有効需要という）

（ロ）このとき，3つのケースが想定される。（ケース1）需要・供給量が等しい場合，両仲買人は正確な反対取引を見出せて，交換が行われる。60フランの相場が維持され，市場の定常状態，すなわち均衡が成立する。

（ケース2）買手である仲買人が反対取引を見出しえない場合，理論的には交換は中止されねばならず，60.05フランまたはそれ以上の価格で買注文をうけた仲買人が需要する。彼らは相場をつり上げるのであって，せり上げの結果（i）60フランでの買手は退く（ii）60フランでは売り手となりえなかった60.05フランでの売手が参加することとなる。その結果有効需要と供給との隔差が縮小し，両者が均等すれば，価格の上昇はそこで停止する。そうでない場合，さらに騰貴する。

（ケース3）売手である仲買人が反対取引を見出しえない場合も交換は停止し，59.95フラン以下の価格で売注文をうけた仲買人は，この価格で供給し，彼らは相場をせり下げる。

（b）国債という特殊な商品から一般商品に進まねばならないが，まず，簡単のため2商品（A）および（B）における模索が提示される。一つの市場を仮定し，そこに商品（A）を所有し，その一部を与えて商品（B）をえようとする人々が一方から到着し，他方からは，商品（B）を所有し，その一部を与

えて商品（A）をえようとする人々が到着したとする。（イ）せりの基礎として，一人の仲買人がたとえば前回の市場引値にしたがって，（A）の m 単位に対して（B）の n 単位を与えることを申しでたとする。このとき方程式 $mv_a = nv_b$ で表わされる v_a を（A）の単位当り交換価値，v_b を（B）の単位当り交換価値とよぶ。さらに交換価値の比を価格とよび，p_a を（B）で表わした（A）の価格，p_b を（A）で表わした（B）の価格とすれば

$$p_a = v_a / v_b = n/m,\ p_b = v_b / v_a = n/m,\ p_b = 1/p_a,\ p_a = 1/p_b \qquad (15)$$

がえられ，この価格における（A）と（B）の有効需要と有効供給をそれぞれ D_a, O_a および D_b, O_b とすれば

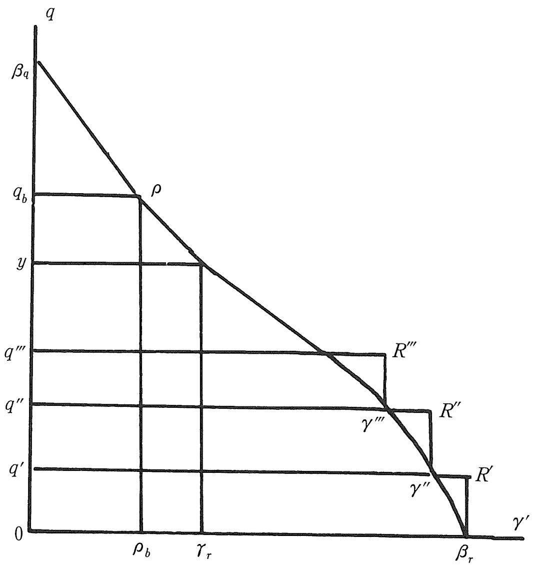
$$O_b = D_a \cdot p_a,\ D_a = O_b \cdot p_b,\ O_a = D_b p_b,\ D_b = O_a p_a \qquad (16)$$

が成立する。

（c）２財の相互の物々交換においては“需要が基本的な事実であり，供給は附属的な事実と考えなければならない。人は供給するために供給するのではなく，供給することなしには，需要することができないから供給するのであり供給は需要の結果にすぎない”とワルラスは考える。また価格と有効供給との間には，間接すなわち媒介による関係しかなく，価格と有効需要の間にのみ直接すなわち媒介なしの関係があり，経済学の議論は後者から出発すべきだともいう。

（d）このため小麦（A）の所有者の一人を仮定する。彼は小麦は所有するが燕麦（B）を所有しない。彼は自分の消費のためにある量の小麦を残し，それ以外の小麦を自分の馬を飼うための燕麦と交換するために提供しようと考えている。（ケース１）燕麦の価格が０であれば，彼は慾しいだけの燕麦（全ての所有する馬，というよりも飼料が無料のときに飼うことのできる馬を飼うのに十分な量）を需要し，小麦は提供しない。（ケース２）価格が順次に 1/100, 1/10, ……であったとすると，彼はその需要を次第に減ずるし，彼が供給する小麦の量は，つねに彼が需要する燕麦の量と燕麦の価格の積に等しい。（ケース３）価格がさらに上昇し，たとえば100になったとすれば，この価格では１頭の馬も飼わないし，燕麦を全く需要しないであろう。

〔図　6〕

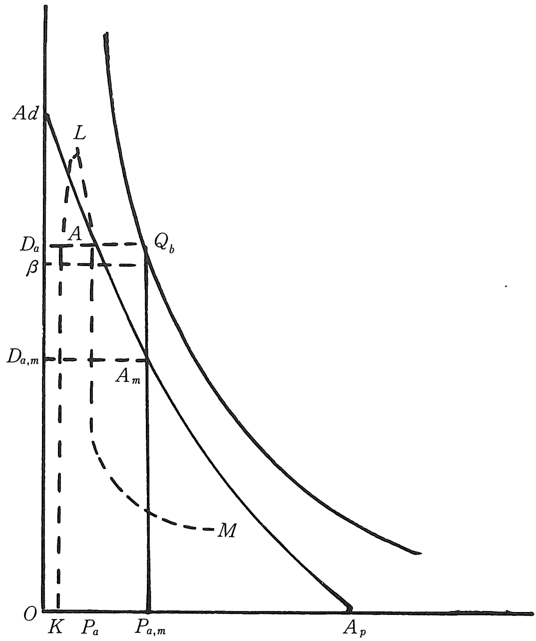


（e）市場に現われる人が仲買人に指図を与えるとすれば，彼は p_a に可能な０から無限大までを予想し，これに対応する D_a の全てを決定し，これを何らかの方法で表現しなければならないが，これは数学的にはつぎのように表現される。（図６）

横軸上に（B）で表わした（A）の価格を，縦軸にそれぞれの価格で需要される（A）の量をとる。これらの点を結んで個人的需要曲線がえられるが，これは決して滑かな曲線ではない。前述のごとく，小麦の所有者は，価格の上昇に従って燕麦の需要を少しづつ減少するのではなく，彼が飼養する馬を１頭減らすときに，継続的にその需要を減らすのであるから，階段曲線の形をとる。ただ多数の人を考えて，それぞれの曲線を合わせれば，大数の法則によって滑らかな連続曲線がえられるとする。

（f）商品のある消費量によって充足された慾望の総量を“有効効用”とよべば，この曲線は有効効用を（B）の消費量の関数として表わす曲線である

〔図　7〕



（たとえば消費 q_b に対する有効々用は，点 o, q_b, ρ および β_r で囲まれる面積である）また商品の消費量によって充足される最終の慾望の強度を“稀小性”とよべば，曲線 β_r β_q は稀小性を（B）の消費量の関数として表わす曲線である。（たとえば消費 q_b に対する稀小性は，長さ $q_b\ \rho = o\rho_b$ である）

この意味で2軸を稀小性と量の軸ということができる。

（g）（i）曲線 $A_d A_p$ を（A）の有効需要量の曲線とする。（図7）点 A_m の横座標で示される価格 p_{am} に対する有効需要は縦座標 D_{am} である。このとき（A）に対する有効供給は $O_{bm}=D_{am}\times P_{am}$ となるが，これは点 O, D_{am}, A_m および P_{am} の囲む面積で表わされる。すなわち曲線 $A_d A_p$ は（A）の需要と（B）の供給を同時に，（B）で表わした（A）の価格の関数として表わすものだといえる。

（ii）（B）の所有者の手中にあって市場に存在する（B）の総量を Q_b と

し，点 Q_b を通る曲線を $xy=Q_b$ を方程式とする直角双曲線とする。点 O, D_{am}, A_m および P_{am} の面積は，価格 $P_{a,m}$ において，（A）と交換に提供された部分であり，点 D_{am}, β, Q_b および A_m の面積は，市場からもちかえって所有者が保管する部分である。

（ⅲ）需要曲線は一般に需要の軸を切る（たとえば燕麦が無償であるとしても彼らは無限頭の馬は飼わず，したがって燕麦の需要量は有限である）また需要曲線は一般に価格の軸を切る（実際価格が無限大に達しなくても，十分に高ければ，無限小量でさえ需要されないであろう。）

（h）点線 KLM は（A）の供給曲線である。（（B）の供給曲線ではない。）この曲線は，（ⅰ）（B）で表わした（A）の価格が無限大であるとき，ゼロであり，したがって価格の軸に対し漸近線となる。（ⅱ）価格が低下するに従って曲線は上昇し，極大点 L に達する。（ⅲ）さらに原点に近づくに従い低下し，終りに0となる。（ⅳ）曲線 A_dA_p と KLM の交点 A の右側では，A_dA_p は KLM の下にあり，左側では上にある。すなわち価格 P_a は，$D_a=O_a$，$D_b=O_b$ ならしめる価格であるから，P_a よりも大きい（A）の価格においては，$O_a>D_a$ と $D_b>O_b$ が同時に成立する。逆に P_a よりも小さい（A）の価格においては $D_a>O_a$，$O_b>D_b$ が成立する。前の場合には P_a の低下，後の場合には P_a の騰貴によってしか均衡価格に到達しえない。そこでワルラスは均衡価格の法則を“2商品についての市場の均衡成立のためには，2商品のそれぞれの有効需要が有効供給に等しいことが必要かつ十分な条件である。この均衡が存在しないとき，均衡価格に達するためには，有効需要が供給より大きい商品の価格は騰貴しなければならないし，有効供給が需要より大きい商品の価格は下落しなければならない”と定義する。

上述のことを解析的に定義すれば

（ⅰ）有効効用は方程式 $u=\phi_b(q)$ および $u=\varphi_b(q)$ によって与えられ，稀小性はその導関数として，同じく消費の関数として与えられる。

また稀小性を消費量の関数として，$r=\varphi_a(q)$ および $r=\varphi_b(q)$ で与えれば，有効効用は $\int_0^q\varphi_a(q)\cdot d_q$ および $\int_0^q\varphi_b(q)\cdot d_q$ で表わされる。

（ii）一般に人は，自分が所有する商品の一部分だけを消費し，残りを市場価格で他の商品と交換して，最大の慾望をえようとする。たとえば（A）の価格が p_a のとき，（B）の y 単位を残して，残りの $O_b=q_b-y$ を（A）の d_a 単位と交換すれば，彼は2つの商品の慾望の合計を充足できる。彼はそれを最大化しようとする。

（iii）最大化のための交換の全過程を，ワルラスは s 個の交換に分解して考える。交換方程式 $O_b/s=d_a \times p_a/s$ に従って交換を s 回くり返すのであるが，交換の度に，（A）の稀小性は減じ，（B）の稀小性は増加して，交換の有利性は低下する。こうして初めに価格 p_a よりも有利であった稀小性の比がぜんじ低下して，$r_a=p_a r_b$ が成立し，満足の最大に到達する。

ワルラスはこれらを要約して，“市場において2商品が与えられているとき，慾望満足の最大，すなわち有効効用の最大は，各所有者にとり，充足された最大満足の比，すなわち稀小性の比が価格に等しくなったときに実現する”という。

【D】多数商品間の均衡

ワルラスは問題を多数商品の間の交換に拡大する。

（a）（i）交換者 i は（A）の q_{ai} 量，（B）の q_{bi} 量，（C）の q_{ci} 量を所有する。彼に対する一定期間における効用（慾望）曲線を $r=\varphi_{ai}(q)$, $r=\varphi_{bi}(q)$, $r=\varphi_{ci}(q)$, ……とし，（A）で表わした（B），（C），（D），……の価格を p_b, p_c, ……とする。($p_a=1$)

（ii）この価格の下で，新たに（A）（B）（C）……の x_i, y_i, z_i ……を加えるもの（x_i, y_i は正のとき需要量，負のとき供給量を表わす）とすれば

$$x_i+y_i p_b+z_i p_c+\cdots\cdots=0 \qquad (17)$$

が成立する。

（iii）さらに最大満足が達成されているので

$$\begin{aligned}\varphi_{bi}(q_{bi}+y_i)&=p_b\varphi_{ai}(q_{ai}+x_i)\\ \varphi_{ci}(q_{ci}+z_i)&=p_c\varphi_{ai}(q_{ai}+x_i) \qquad (18)\end{aligned}$$

が成立する。

（ⅳ）商品の種類を m 個とすれば，（ⅱ）（ⅲ）を合わせて，m 個の方程式体系がえられ，これから，交換者 i による（B）（C）（D）……の需要または供給を表わす方程式体系

$$\begin{aligned} y_i &= f_{bi}(p_b,\, p_c,\, p_d \cdots\cdots) \\ z_i &= f_{ci}(p_b,\, p_c,\, p_d \cdots\cdots) \qquad (19) \\ w_i &= f_{di}(p_b,\, p_c,\, p_d \cdots\cdots) \end{aligned}$$

がえられ，i による（A）の需要または供給は

$$x_i = -(y_i p_b + z_c p_c + w_i p_d + \cdots\cdots)$$

で与えられる。

（b）市場参加者を n 人とし $(i=1,\, 2, \cdots, n)$

$$X = \sum_{i=1}^{n} x_i,\ Y = \sum_{i=1}^{n} y_i,\ Z = \sum_{i=1}^{n} z_i,\ W = \sum_{i=1}^{n} w_i \cdots\cdots$$

$$F_b = \sum_{i=1}^{n} f_{bi},\ F_c = \sum_{i=1}^{n} f_{ci},\ F_d = \sum_{i=1}^{n} f_{di} \cdots\cdots \qquad (20)$$

とする。(F_b……の意味は必ずしも明確ではない)

商品（A）（B）（C）……の需要と供給の均等条件は $X=0,\ Y=0,\ Z=0$……で表わされるから，商品（A）を価値尺度財とする均衡価格は，$(m-1)$ 個の方程式

$$\begin{aligned} &F_b(p_b,\, p_c \cdots\cdots)=0 \qquad F_c(p_b,\, p_c \cdots\cdots)=0 \qquad (21) \\ &F_d(p_b,\, p_c \cdots\cdots)=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

から決定される。さらに $Y=0,\ Z=0,$……から明らかに

$$X = -(Yp_b + Zp_c + Wp_d + \cdots\cdots) = 0$$

も成立する。

（c）このような多数商品間の交換の問題が，市場において競争のメカニズムを通じて，いかに経験的に解かれるかについてワルラスはつぎのように説明する。

（ⅰ）商品（A）を尺度財として，（B）（C）（D）……の価格 $p'_b,\, p'_c, \cdots$

…が，偶然に叫ばれたとする。各交換者はそれに応じて，（A）（B）（C）……の需要または供給を決定する。それはただ各人の判断で行われるのであるが，しかし需要量が供給量に等しいことを示す方程式と，適当な条件の下での最大満足の方程式体系で計算されるのと同じように行われるのである。

各商品の総需要と総供給が等しく（$i,e,\ Y'=0,\ Z'=0$……）したがって $X'=0$ であれば，交換はこの価格で行われて終了する。

（ii）他方 $Y'\gtreqless 0,\ Z'\gtreqless 0$……したがって $X'\gtreqless 0$ であれば，人々はどう行動するか。

ここでも前にみたように

$$X'+Y'p'_b+Z'p'_c+\cdots\cdots=0$$

が成立する。$p'_b,\ p'_c$……に対応する $x,\ y,\ z$……の正の値のそれぞれの合計を $D'_a,\ D'_b,\ D'_c$……，また負への値のそれぞれの合計を $O'_a,\ O'_b,\ O'_c$……とかけば，上式は

$$D'_a-O'_a+(D'_b-O'_b)p'_b+(D'_c-O'_c)p'_c+\cdots\cdots=0$$

とかきかえられる。$p'_a,\ p'_b,\ p'_c$……は正であるから $(D'_a,\ O'_a)$，$(D'_b-O'_b)$……のあるものが正であれば，他のものは負である。いま（B）商品を対象として，$F_b(p'_a,\ p'_b\cdots\cdots)\gtreqless 0$ をとり，これを

$$\varDelta_b(p'_b,\ p'_c,\ \cdots\cdots)\gtreqless\varOmega(p'_b,\ p'_c,\ \cdots\cdots)$$

とかきなおす。（$\varDelta_b$ は D_b を，$\varOmega_b$ は O_b を表わしている）

（α）はめじに $p_c,\ p_d$……を一定として，O_b と D_b とを等しくするような，p_b だけを決定する。もし p'_b のとき，$Y'>0$ すなわち $D'_b>O'_b$ であれば，p'_b を増加し，（もし $Y'<0$ すなわち $O'_b>D'_b$ であれば，p'_b を減少し）$O_b=D_b$ となるような p''_b を求めれば，$F_b(p''_b,\ p'_c,\ \cdots\cdots)=0$ が成立する。

（β）この操作が行われると $F_c(p'_b,\ p'_c\cdots\cdots)\gtreqless 0$ は $F_c(p''_b,\ p'_c\cdots\cdots)\gtreqless 0$ となり，これに前同様の操作を行って，$F_c(p''_b,\ p''_c\cdots\cdots)=0$ がえられる。

（γ）$(m-1)$ 個の商品についてこれらの操作を継続すれば $F_b(p''_c,\ p''_d\cdots\cdots)\gtreqless 0$ となるかもしれないが，この不等式は，初めの $F_b(p'_b,\ p'_c\cdots\cdots)\gtreqless 0$ よりも等式に近づいている。

すなわち新しい価格体系 p''_b, p''_c……は，初めの価格体系 p'_b, p'_c……よりも均衡に近づき，さらに均衡に近づくためには，同じ方法をくりかえせばよいこととなる。

これらの要約として，ワルラスは多数財の場合の“均衡価格成立の法則”を，つぎのように定立する。すなわち“多数の商品が与えられ，それらの交換が価格尺度財の仲介によって行われるとして，これらの商品に関して市場均衡が成立するためには，(*i,e*, 価値尺度財で表わした全ての商品の定常価格が成立するためには）これらの価格において，各商品の有効需要と有効供給とが等しいことが，必要かつ十分条件である。この均衡が存在しない場合に均衡に達するためには，有効需要が大きい商品に価格の騰貴がなければならず，また有効供給が有効需要より大きい商品に価格の低下がなければならない”。

【D】均衡価格の変動法則

上に述べたことから明らかなように，多数の商品があるときも，２商品しか存在しないときと同様に，市場価格すなわち均衡価格成立のための必要十分条件は，最大満足の条件と，２商品の間の価格がただ一つであり，かつその下で，相互の間の総需要と総供給が等しいということである。

ただし多数商品の場合，価格の一般均衡の条件を加えねばならない。すなわち“多数商品の場合の慾望の最大満足は，任意の２商品が共通の同一比率で交換されるだけでなく，この２商品が任意の第三の商品と交換されて，そこでのそれぞれの交換比率の比が，最初の２商品間の交換比率と等しくならねばならない”のである。

（a）（i）３つの商品（A）（B）（C）と，３人の交換者（1）（2）（3）を仮定し，この３人の交換者に対する（A）（B）（C）の稀小性を r_{a1}, r_{b1}, r_{c1}, r_{a2}, r_{b2}, r_{c2}, r_{a3}, r_{b3}, r_{c3} とする。（これらの稀小性は価格の変化に応じて変化するものとする。価格は互いに逆数であるから，市場における裁定前には

$$\frac{r_{b,1}}{r_{a,1}}=p_{b,a}=\frac{1}{p_{a,b}}=\frac{r_{b,2}}{r_{a,2}},\ \frac{r_{c,1}}{r_{a,1}}=p_{c,a}=\frac{1}{p_{a,c}}=\frac{r_{c,3}}{r_{a,3}}$$

$$\frac{r_{c,2}}{r_{b,2}}=p_{c,b}=\frac{1}{p_{b,c}}=\frac{r_{c,3}}{r_{b,3}} \qquad (22)$$

が成立し

（ii）交換後には，全ての商品と交換者について

$$p_b=\frac{r_{b,1}}{r_{a,1}}=\frac{r_{b,2}}{r_{a,2}}=\frac{r_{b,3}}{r_{a,3}} \quad \cdots\cdots$$

$$p_c=\frac{r_{c,1}}{r_{a,1}}=\frac{r_{c,2}}{r_{a,2}}=\frac{r_{c,3}}{r_{a,3}} \quad \cdots\cdots \qquad (23)$$

が成立し，v_a, v_b, v_c, ……を（A）（B）（C）……の交換価値とすれば

$$v_a : v_b : v_c : v_d : \cdots\cdots$$

$$r_{a,1} : r_{b,1} : r_{c,1} : r_{d,1} : \cdots\cdots \qquad (24)$$

$$r_{a,2} : r_{b,2} : r_{c,2} : r_{d,2} : \cdots\cdots$$

とかくこともできる。すなわち“交換価値は稀小性に比例する”のである。

（iii）平均稀小性の比は，個人の稀小性の比に等しく，平均稀小性を R_a, R_b, R_c, ……とすれば，

$$p_b=\frac{v_b}{v_a},\ p_c=\frac{v_c}{v_a},\ p_d=\frac{v_d}{v_a},\ \cdots\cdots \text{の代わりに}$$

$$p_b=\frac{R_a}{R_a},\ p_c=\frac{R_c}{R_a},\ p_d=\frac{R_d}{R_a} \quad \cdots\cdots$$

とおくことができ，個人から一般への展開が可能となる。

（b）ワルラスの模索過程には価格，交換価値，稀小性，あるいは効用といった言葉が現われるが，彼はこれらの間の関連をどう考えているであろうか。

（i）多数商品の場合とくに，交換価値（v_a, v_b, ……）はきわめて複雑な事象で，v_a, v_b, ……は不定で任意の値をとる項以外のなにものでもない。ただいえることは，市場の均衡において，v_a, v_b, ……の比が，平均稀小性 R_a, R_b, ……の比に等しいということである。したがって“交換価値は本質上相対

的な事実であり，その原因はつねに稀小性にあり，稀小性だけが絶対的事実である”とワルラスはいう。(これは交換価値と使用価値との区別でもある)

ところで m 個の商品についてたかだか m 個の稀小性しかないのと同様に，均衡市場においてはたかだか m 個の交換価値があるだけである。しかるにこれらの項の2つずつの組合せによって，$m(m-1)$ 個の価格が成立する。したがって簡単のため，v_a, v_b, ……の比を用いるのではなく，v_a, v_b, ……自身で交換価値を表わす，あるいはさらに進めて“一般均衡においては，各商品は市場における他の全ての商品との関係においてただ1つの交換価値しかもたない”といいたいところであるが，ワルラスはこれを否定する。

(ii) 効用と所有量は，価格成立の第一要件であり，したがって価格変動の第一要件でもある。

いま均衡が成立し，各交換者は価格 p_b, p_c, ……において，彼らに最大満足を与えるような（A）（B）（C）……のそれぞれの量を所有しているとする。そして（効用の増減は慾望曲線の移動といえるが）慾望曲線の移動はその結果として，交換後における充たされた最終慾望の強度すなわち稀小性を増減する。いまある交換者たちにとって（B）の慾望曲線の移動が生じ，その結果彼らの（B）の稀小性が増加したと仮定する。彼らにとってはもはや最大満足ではなく，逆に彼らにとっては p_b, p_c, ……において，（B）を需要し，（A）（C）……の幾分かを供給するのが有利であるかもしれない。そこでもとの均衡は壊れ，（B）の超過需要と，（A）（C）……の超過供給がおこり，結果として p_b は騰貴する。

(iii) これ以後，他の交換者にとっても，もはや最大満足ではなくなり，p_b より高い（B）の価格で（B）を供給し，（A）（C）……の幾分かを需要するのが彼らにとっては有利である。こうしてある人々に対する（B）の効用の増加はまず（B）の価格を騰貴させ，さらにその結果として（C）（D）……の価格も変化し，新しい均衡が再び成立する。しかし各商品の存在量（所有量）が問題となる。もし（B）以外の商品が市場に多数存在し，それらの一つ一つが（B）と交換される量が非常に小さければ，（C）（D）……に対する影響は小

さいであろう。場合によっては，これらの価格は騰貴となるか，下落となるか，あるいは変化が起こることさえ不明である。

（iv）補充的な交換が行われて，新しい均衡が成立したとき，（B）の稀小性の（A）の稀小性に対する比は，全ての交換者において必然的に増加するといえる。

（α）（B）の効用が変化せず，（B）を売って（A）（C）……の幾分を買い足した人々にとっては，（B）の稀小性が増加し，（A）の稀小性が減少した結果，（B）の稀小性と（A）の稀小性に対する比が増加し，

（β）また（B）の効用が増加し，（B）を買って（A）（C）……の幾分かを売った人々にとっては，上とは逆に，（A）の稀小性の増加と，（B）の稀小性のそれ以上の増加によって，同じ結果となる。

（γ）（A）の稀小性に対する（C）（D）……の稀小性の比については，あるものは増加し，他のあるものは減少し，中には結局変化しないものもあろう。

結局（B）の稀小性は，全ての交換者について増加して，平均稀小性が増加するが，（A）（C）……については増加する者と減少する者があって，それらの平均稀小性はほとんど変化しないであろう。

ところで所有量の増加（減少）は，その結果として，稀小性を減少（増加）させる。そして前述のように，稀小性が減少（増加）すれば，価格が下落（騰貴）することは確かである。

これらの要約として，ワルラスはつぎのように“均衡価格変動の法則”を定立する。すなわち“交換が価値尺度財の仲介で行われる市場において，多数の商品が均衡状態において与えられるとき，もし他の事情が同一であって，これらの商品の中の一商品の効用が，交換者の１人または多数に対し増加（減少）すれば，価値尺度財で表わしたこの商品の価格は，騰貴（低下）する。またもし他の事情が同一であって，これらの商品の中の一商品の量が，所有者の一人または多数において増加（減少）すれば，この商品の価格は低下（騰貴）する”

さらに価格の変化は，必然的に価格の要因の変化を示唆するものであるが，価格の変化がないことは，価格の要因に変化がなかったことを示すものではな

いことに留意すべきだとして，２つの命題をワルラスは付加する。

（ｉ）“多数の商品が与えられるとき，これらの中の一商品の量が，交換者または所有者の一人または多数において，諸商品の稀小性が不変であるように変化すれば，この商品の価格は変化しない”

（ⅱ）“全ての商品の効用と量が，交換者または所有者の一人または多数に対して，稀小性の比が不変であるように変化するならば，これらの商品の価格は変化しない”のである。

【Ｅ】ワルラス理論と二階堂モデル

需要と供給の均衡問題を経済学の基本課題とすること，さらにその解決のための出発点を需要におくことは，ワルラスおよび二階堂において共通である。

ワルラスは“需要が基本的な事実であり，供給は附属的な事実と考えねばならない。人は供給するために供給するのではなく，供給することなしには，需要することができないから供給するのであり，供給は需要の結果にすぎない”という。他方二階堂モデルは，はじめに超過供給関数 $\chi(p)$ を定義し，需要が超過供給を解消する過程をモデル化したものである。

しかし両者が抽象の対象とした経済実体には段階の差がある。ワルラスはたとえば，砂漠で喉のかわいた塩の商人が，たまたま水を運ぶ商人と出会ったとき，水と塩が交換される場面から出発し，その偶然性が解消された“市場”を想定するところからはじめる。

二階堂は現在の流通市場を模式化する。すなわち消費者 i は，ある所得をたずさえて市場に行き，市場に提供されている商品を，所得の範囲内で自由に選好して購入する。購入された商品の組 $x^i=(x^i{}_1, x^i{}_2, \cdots, x^i{}_n)$ (n: 商品の種類の数）に対する彼の満足度を示す実数値 $u^i(x^i{}_1, \cdots, x^i{}_n)$ が確定されるとし，（このとき u^i を選好指標という）所得の範囲内で u_i が最大になるように選好されるとする。所得は（ワルラスに対応して，しばらく生産を埒外におけば）初期保有を市場に提供してえられる。実物的には異なる $a^i=(a^i{}_1, \cdots, a^i{}_n)$ と $x^i=(x^i{}_1, \cdots, x^i{}_n)$ とは，市場で叫ばれる価格体系 $p=(p_1, p_2, \cdots, p_n)$ に仲介

されて，供給（同時に所得）$\varphi^{i}(p)=(p, a^{i})$ と，需要（購入）$\varphi^{i}(p)=(p, x^{i})$ とに定式化され，さらに自由な選好を許容するという意味で，超過供給関数 $\chi^{i}{}_{2}\varphi(p)=\psi^{i}{}_{4}(p)-\varphi^{i}(p)$ が定義される。価格体系が変動すれば，これらの関数も変動し，ある特定の価格体系 $\hat{p}$ の下で，超過供給が解消されて，需要・供給の均等が実現する。しかし $\chi(p)$ は一意関数ではなく，多数値あるいは集合関数であるから，均等も $\psi(p)=\varphi(p)$ という厳密な形ではなく，$\psi(p)\cap\varphi(p)\neq\phi$，すなわち需要と供給が重りあって共通部分をもつというように，いわば弾力的に理解されている。

ワルラスはまず，塩（A）の m 単位と水（B）の n 単位が交換された事実を，方程式 $mv_a=nv_b$ で表わし，v_a，v_b をそれぞれ（A）および（B）の単位当り“交換価値”と定義する。ついで交換価値の比，すなわち相対的価値を価格とよび，（A）で表わした（B）の価格 p_b，（B）で表わした（A）の価格 p_a について，$p_a=v_a/v_b$，$p_b=v_b/v_a$ および $p_a=1/p_b$，$p_b=1/p_a$ が定義される。“供給は需要の結果にすぎない”という意味で，（A），（B）の需要 D_a，D_b に対し，（A）（B）の供給は $O_a=D_b\cdot p_b$，$O_b=D_a\cdot p_a$ と定義される。ここで $D_a=\alpha O_a$ とおけば，$O_b/D_b=D_a/D_b=\alpha$ がえられ，$\alpha=1$，$\alpha>1$，$\alpha<1$ のケースが検討される。

$\alpha=1$ であれば，$D_a=O_a$ および $D_b=O_b$ となって需要と供給の均等が成立して市場（交換）は終結する。

$\alpha>1$，$\alpha<1$ の場合，解析的にはいわゆる需要曲線 $D_a=F_a(p_a)$ or $D_b=F_b(p_b)$ および供給曲線 $O_a=D_b\cdot p_b=F_b(p_b)\cdot p_b$ or $O_b=D_a p_a=F_a(p_a)\cdot p_a$ を定義し，2つの方程式 $F_a(p_a)=F_b(p_b)p_b$ (or $F_b(p_b)=F_a(p_a)p_a$) および $p_a\cdot p_b=1$ を解いて，均衡価格 p_a および p_b が決定される。

ここでワルラスはあらためて“需要，供給曲線の性質”を問題とする。

まず需要曲線が縦軸（需要量）を切る点，すなわちこの商品が無償で与えられるときの消費量）を外延効用と定義する。これは計測可能である。第二に，曲線の勾配で表わされる強度効用を定義する。これは価格の上昇と，それによる需要の減少との比であり，それはこの商品によって満足される慾望の強弱を

表わす指標である。

ついで商品のある消費量 (q) によって（その外延と強度を所与として）充足される慾望の総体を有効々用とし，方程式 $u=\phi_{a,1}(q)$, or $u=\phi_{b,1}(q)$ により，消費量の関数として与える。有効々用の導関数を稀小性とし， $r=u'=\phi_{a,1}(q)$ の $r=\phi_{b,1}(q)$ として，同じく消費量の関数として与えられる。

ワルラスは稀小性の実体的意味の説明のため，（B）q_b 量と（A）の d_a 量との全交換過程を，相等しく継続する s 個の部分交換に分解して，交換方程式 $O^b/s=d^a/sp_a$ に従って交換が継続するとする。交換の進行とともに，（A）の稀小性は減じ，（B）の稀小性は増加し，初めに p_a より大であった稀小性の比は，やがて価格に等しくなる。すなわち $r_{a,1}=p_{a,1}$ のとき，すなわち稀小性の比が等しくなったとき，有効々用の最大が達成される。慾望満足の最大＝有効々用の最大は各所有者にとり充足された最終の満足の比＝稀小性の比が，価格に等しくなったとき達成されるのであり，この均等が達せられない限り，交換者は，稀小性がその価格と他方の商品の稀小性との積より小さい商品を売り，稀小性がその価格と他方の商品の稀小性の積より大きい商品を買うこととなる。

上記の理論は，多数商品，多数交換者の間の交換問題に延長される。

まず商品（A）を尺度財とした価格体系 $p=(1, p_b, p_c, \cdots, p_n)$ が採用される。交換者 i による（B）（C）……の需要または供給は $y_i=f_{b,i}(p_b, p_c, \cdots\cdots)$, $z_i=f_{c,i}(p_b, p_c, \cdots\cdots)$, ……で表わされ，（A）の需要または供給は，$x_i=-(y_ip_b+z_ip_c+\cdots\cdots)$ とかける。全交換者による需要と供給の均等は，前述のように $(F=\sum f$ として）$F_b(p_b, p_c, \cdots\cdots)=0$, $F_c(p_b, p_c, \cdots\cdots)=0$ ……で表わされ，これを解いて均衡価格がえられるのである。

ところでここで，ワルラスの有効需要に留意したい。

需要と供給は経済学における最も基本的な問題でありながら“今日まで無意味なまたは誤った表現しか与えられなかった”とワルラスは批判する。たとえばある人は“物の価格は，供給と需要の比によって決定される”として，とくに価格の成立に着目し，またある人は“物の価格は需要に正比例して変化し，

供給に反比例して変化する”といって，むしろ価格の変動に着目している。ワルラスはこれらを批判して，“第一に，この2つの表現——それは実は1つのものだが——になんらかの意味を与えようとすれば，供給と需要の（正確な）定義を与えなければならない。第二に，供給を有効供給の意味とするとしても，または所有量，存在量とするとしても，また需要を有効需要の意味としても，または外延効用，効用の強度とするとしても，あるいは外延と強度の双方を含む可能効用とするとしても，比という語を商という数学的意味だとすれば，価格は需要の供給に対する比でもなければ，供給の需要に対する比でもないこと，また価格が需要に正比例し，供給に反比例して変化しないし，供給に正比例し，需要に反比例して変化しないことは，明らかであるという。

需要・供給の法則を証明可能とするため，ワルラスはまず，（所与の価格体系の下での）有効需要または有効供給を $F^{b}{}_{i}(p_b, p_e\cdots\cdots)$, $F_{ci}(p_b, p_e\cdots\cdots)$, ……と定義し，これらと価格との関係を研究し，有効需要・供給から稀小性の定義を導き，稀小性と価格の関係を求めるという過程をふんだのである。

ワルラスは，相対的で客観的な交換価値と，絶体的で主観的な稀小性との区別は，交換価値と使用価値との区別に正確に対応すると考える。二階堂モデルの（交換価値はもたないが）選考指標 $u(x_1, x_2, \cdots x_u)$ は同じく絶体的で主観的な使用価値を意味すると考えてよいであろうし，稀小性とは逆数の関係にあるとみることができよう。

需要・供給と価格の研究には数学の用語と方法・形式に頼ることなしには不可能であり，純粋経済学にとって，数学的形式は可能であるのみでなく，不可欠な形式であると，ワルラスはいう。数学の意義については両者共通であるが，形式として，ワルラスの解析学と二階堂の位相数学という相違がある。ワルラスの展開には，滑らかな曲線や曲面，さらにそれらの微分可能性といった厳密な条件を仮定せざるをえず，果して現実にそれが可能かという懸念，さらにその上で導かれた需要・均等の法則を非現実とする批判も生まれる。他方二階堂モデルではこれらの仮定は必要でなく，“市場”の現実的なモデルから出発し，一般的に現実との対比が容易な展開となる。たとえば市場で叫ばれる“値付

け”の決定がある。

ワルラスの場合，前述のごとく（ⅰ）まず交換者は自己の需要関数 $f^{i}_{a}(p)$ を構成して仲介人に伝える（ⅱ）仲介人は全交換者を総合した市場全体の需要関数 $F_a(p)$ を想定し，（ⅲ）それに従って順次価格を叫ぶ，という手順となった。

二階堂の場合（ⅰ）ある商品を尺度財とする価格体系ではなく，各財１単位づつの合成財(架空の)を尺度財とする。したがって価格体系は，前述のごとく，数学的用語としての単体上の点で表わされる。（ⅱ）仲買人は超過供給・需要の商品について，前掲の価格反応式に従って値下げと値上げを叫ぶ。（ⅲ）新しい価格体系も前述の単体上にある。つまり単体上を移動して均衡価格が模索される。

こうして求められ均衡価格の下で，各商品の有効需要と有効供給が等しくなるという“経済均衡”が結論される。しかし均衡を一意的に理解するか，あるいは弾力的とみるかについては，両者の間に相違がある。〔それはまた均衡論を経済学の中にどう位置づけるかの問題ともいえる。〕

二階堂モデルは一意的な価格 p に対する超過供給を集合関数として定義し，ある特定価格 $\hat{p}$ の下で超過供給が解消して，需要均等が成立するが，それは需要関数＝供給関数という一意的な理解ではなく，需要関数∩供給関数 $\neq \phi$ という弾力的理解であった。むしろスペッシャル・ケースとして，収入の全額が支出されるとき，需要＝供給が実現するということであった。

ワルラスは（解析的手法の当然として）一意的な均衡価格成立の法則を提起した後で，“さらに一歩進めて，一般均衡の状態においては，各商品は市場における他の全ての商品との関係においてただ一つの交換価値しかもたないといいたいところであろうが，しかしこのような表現は，価値を絶体的なものと考える見方に偏していると思う”という。効用と所有量はつねに価格の成立の第一の原因であるが，それはまた同時に，このことによって価格変動の第一の原因であり，条件であるとして，前述の均衡価格変動の法則を提示した。そしてワルラスは，均衡価格変動の法則を均衡価格成立の法則と結合することによって，供給と需要の法則の科学的方式がえられるとする。さらに，価格の変化は

必然的に価格の要因の変化を示すのに対して，価格の変化のないことは，必ずしも価格の要因に変化がないことを示すものではないことを指摘して，“全ての商品の効用と量とが交換者の一人または多数に対して，稀小性の比が不変であるように変化するならば，これらの商品の価格は変化しない”という。

ワルラスには集合写像，多数値写像の概念はないが，一意関数としての均衡論のほかに，いわば広義の法則として二階堂モデルに近い集合写像としての均衡が，ワルラスにも予想されていたということができよう。