

三つの経済学革命とその伝承（Ⅶ）

甲斐原 一 朗

〔Ⅲ X Ⅱ〕 ワルラス革命からケインズ革命へ

ワルラス革命を中核とする新古典経済学は生産手段の私有制、主観的価値基準の独立性、生産要素の可塑性（その生産要素が特定の用途に固定化されず、各時点で必要に応じて一つの用途から他の用途に転用することが可能で、そのためにとくに費用も時間的経過も必要としない）ないしは可変性（その生産要素が各時点でそのときどきの必要におおじて市場を通じて調達可能で、そのためになんら時間的・物的費用を要しない）および市場均衡の安定性を前提として構築されていたが、このような理論的枠組のなかでは、非現実的な理論的命題と反社会的な政策的帰結とが演繹されざるをえない傾向をもった。

このような理論的前提と現代資本主義の現実的諸条件との乖離は、20世紀に入ってからとくに顕著となり、第一次大戦後の世界経済の実情のもとでは、その現実妥当性を主張することは不可能に近くなっていった。

ケインズ革命は理論経済学のこの壁をこえる大きな貢献をした。

（A）第一の貢献は分析対象の拡張である。彼以前の経済学の多くは‘完全雇用均衡’を考えてきたが、そのロジックは次のごとくであった。① ある生産資源が未利用であれば、その所有者はその資源の提供価格を引き下げるであろう。② その資源は他の資源に比し割安となり、財の生産者は他の資源の代わりにその資源を利用しようとし、未利用資源も生産過程に吸収されるだろう。

このような価格機構を通じて‘資源の供給はそれ自身に対する需要を必ず作り出す’から、「資源はおちつく先すなわち均衡では、必ず完全利用の状態になる’とする。

ケインズはこのロジックを攻撃する。

① 労働をとれば、現行賃金で提供しようとする労働は、すべて生産過程に吸収されて完全雇用となるはずである。しかし労働需要が不足する場合、提供してもよいと判断された労働力の一部は雇用されなくなる。② 労働者間に徹底的な競争が存在するシステムでは賃金引き上げを申し出る者もあろうが、近代社会では労働組合の政策もあり、賃金は低下し難いという。

こうして完全雇用成立の為のプライス・メカニズムは生ぜず、経済は不完全雇用のままで静止もしくは均衡することも可能である。ケインズはこれに呼応して、経済学の分析対象を完全雇用均衡のみならず、不完全雇用均衡をも含むように拡張する。それがむしろ‘一般理論’であり、完全雇用均衡のみを対象とする従来の理論は‘特殊理論’にすぎないとする。このような分析対象の拡張は、必然的に政策重視の方向をとる。

従来のように完全雇用状態が唯一の均衡状態であり、不完全雇用状態は不均衡状態だとすれば、プライス・メカニズムにより失業はやがて吸収されるとみてよいだろう。従って失業問題については楽観的となり、失業対策として均衡化への傾向を助長するにとどまり、自由放任システムに絶大な道徳的・経済的信頼をよせてきた。

しかし不完全雇用状態も均衡状態だとすれば、何らかの対策を講じない限り、失業は永久に吸収されず、貧困は慢性的となる。そこで失業対策を課題とするケインズ政策論が発端するのである。

(B) ついで分析方法であるが、ワルラスでは需要・供給および価格を用いたが、需要と供給は価格に依存するから、根源的な概念は価格である。その意味で在来の経済学は価格分析の立場に立ったといえる。

これに対しケインズは専ら消費・投資および国民所得を用いて分析する。このうち消費および投資は国民所得に依存するから、根源的な要素は国民所得であり、ケインズ分析は所得分析の立場にあるといえる。

ところで価格から所得への分析方法の変化はいかなる利点をもつか。価格分析の立場で経済全体の分析を行うためには、ワルラスの一般均衡理論が

行ったように財の種類の数だけの価格を取り扱わねばならず、その理論的モデルは‘統計的操作’に耐えないであろう。統計的検証をなしえないときそのモデルは一つの主観的経済観を表すに過ぎず、万人から共通の支持を受けえない。従って理論たるためすなわち統計的検証をなしうるためには、分析を組み立てる概念が統計的に測定可能であり、さらにその数も操作しうるほどに少数でなければならない。ケインズの所得分析はこの要請にこたえうるものであり、ワルラス流の micro economic theory に対するケインズ流の macro economic theory の優位性を認めねばならない。

要約すればケインズ理論は‘不完全雇用均衡をも’分析するという内容的特徴と所得分析という方法的特徴をもつが、しかし‘現実の経済は必ずしも完全ないし不完全雇用均衡の状態にあるとは限らず、均衡への過渡期の不均衡状態にあることもあり、均衡状態に必ずしも収斂しえない一般の不均衡状態にあることもある。そうしてケインズ理論では取り扱えないかかる‘現実’の不均衡的局面は、必ずしも‘残余的’といって無視しうる態のものではない。たとえば景気循環やたえざる経済成長のごとき変動現象はケインズが取り扱った慢性的な不況という均衡状態よりも一層しばしば起こるところのものである。したがってわれわれはこのようなケインズ理論によって説明できない諸現象をも開明しうるようにケインズ理論を拡張することを試みねばならない。そうしてこのように拡張されたケインズ理論は、もはや完全ないし不完全雇用の均衡状態を問題にするという意味でケインズ理論であるのではなく、所得分析的方法に従うという意味でのみケインズ理論であるに過ぎない。（森島通夫 資本主義経済の変動理論 1955）

J. ロビンソンは「ケインズ革命の核心は、人間の生活が時間を通じて行われるということをはっきり認識したことであった。すなわち変えることのできない過去とまだ知らない将来との間に、たえず動きつつある瞬間において人間は生活しているのだということをはっきり認識したことであった」という。このような時間的要素の導入が経済分析の結果に決定的な差異を生み出してくるのは、ケインズ理論が対象とした国民経済は、ワルラス理論におけるそれとは

生産・消費という経済行動を行う経済主体の制度的前提条件が、異なるからである。

(C) 前述のごとく生産要素がすべて可塑的という条件の下では、生産主体としての企業は、単なる生産要素のバラバラな集まりに過ぎず、一つの‘有機体的な組織’としての意味をもたない。そのときの市場条件を反映して、さまざまな生産要素は利潤が最大となるように組み合わせられて生産過程に投入され、さらに生産期間がゼロという条件の下でただちに生産されて市場で売られる。ここでは企業は生産主体とはいえ単なるヴェールに過ぎず、個人の行動を集計することによりはじめて企業行動が説明されるという個人行動への分解可能性についての新古典派理論の前提条件がみだされる。

これに反し企業のなかに蓄積されてそれを構成している生産要素が、可塑的でなく固定的であれば、それらは相互に関連しあって一つの有機的な組織を形成し、合理的な選択・行動が行われる。企業行動を個人行動に分解して説明しようとする新古典派的手法はもはや無意味であり、ここでは、‘一つの’組織として企業がどのような目的をもち、どのような選択行動をとるかの分析が必要となる。

企業は生産活動を行って製品を販売し、利潤を獲得するための組織であり、生産活動に必要な生産要素に対する支払を‘先払い’する資本家はその利潤を獲得して、自らの意志に従って処分する。そのような意味で資本家と経営者は同一の経済主体と考えられてきた。しかし企業が株式会社形態をとり、その法的所有者が多数の株主により構成されるようになると、個々の株主が企業の経営に直接関与することは制度的に不可能となる（自ら所有する株式を売却しうるだけである）。他方企業を構成する物的資源は固定的となり、生産期間も長期化し、人的資源も固定性が高くなり、企業を構成する生産要素をその法的所有者の意思にもとずき移動することもできなくなる。こうして私的企業における‘所有と経営との分離’がおこる。（‘一般理論’では必ずしも明示的ではないが、その考察の一つの焦点であったことは確かである）

企業が一つの実態的組織形態をとるに至ったのは生産過程の技術的条件の変

化に起因するが、そこでは生産要素の物理的・技術的固定性は一般的な現象となり、企業は一つの制度的同一性をもつ組織として時間的連続性をもつようになるとき、それは単に人的・物的要素のバラバラな集まりではなく、一つの有機的組織であり、合目的な行動を行う経済主体として機能することになる。

（D）このとき国民経済を構成する経済的単位はワルラスという経済人としての‘個人’ではなく、一方には生産主体としての企業が、他方には社会的側面をもつ個人（正確には‘家計’）が存在する。国民経済を企業と家計の二部門に分割して考察することがケインズ革命の背後にある最も基本的な考え方である。

ワルラスでは、個人行動の合理性は個人の主観的価値基準が絶対的で、他の経済主体の行動には無関係であり、さらに自己の生活環境またはいかなる職業に従事しているかとは独立であると仮定され、そこでは‘効用最大化理論’が基本とされた。しかし二部門態勢をとる場合、一つの組織としての企業がいかなる目的をもち、いかなる行動選択様式をとるかの分析が必要となる。

企業は投資額を‘投資の限界効率’に従って決める。ある企業がある額の投資を行った時の投資の限界効率は、投資をさらに限界的な額だけ増やしたときに、将来にわたって予想される限界的な純収益の増加分をどのような‘割引率’で割り引いて現在価値をとれば、投資の限界的増加にともなうコストの増加分に見合うかをあらわすものである。従って企業にとって最も望ましいと思われる投資水準は、投資の限界効率が長期市場利子率に等しくなるような水準である（これが投資の限界効率の原則であり、これに従って投資関数が導かれる。投資の限界効率に関するスケジュールは、将来の市場条件（製品価格・賃金・売上額等）に関する企業の‘予想’に依存するとともに、過去の投資活動により、固定的な生産要素がどれだけ企業内に蓄積されているかにも依存する（しかも現在の投資活動により将来の生産力が決定される）。このように企業内に蓄積されている生産要素の‘固定性’を通じてはじめて‘人間の生活は時間を通じて行われる’というケインズの認識がマクロ経済的枠組のなかに取り入れられるのである。

他方‘資本の限界効率’は、時間的要素を含まない‘静学的’概念である。企業のなかに蓄積されている固定的資本のストックが限界的に一単位だけ増えたとき、それに伴う将来の純収益をどのような割引率で割り引いたとき、資本ストックの限界的増加にともなうコストに見合うようになるかを表す（投資の限界効率は企業が行っている投資計画について定まるが、資本の限界効率は現存する固定的な資本ストック量にたいして決まってくる）。

資本の固定性を前提としないワルラス的枠組ではこの二つの限界効率はつねに等しくなり、資本の限界生産に一致し、均衡状態では（その経済的役割が全く反する）利潤率と利子率がつねに一致しなければならない。（性格の異なる）二つの限界効率が市場均衡においても垂離していることは資源配分の効率性に関して重要な意味をもつ。すなわち企業の投資活動を考えたとき完全競争的市場を通じて行われる資源配分が（動学的意味で）効率的であるためには投資と資本の限界効率が等しくなる条件が成立しなければならないが、生産要素の固定性が高まるにつれ二つの孤立の垂離が大きくなり、資源配分の動学的非効率性も大きくなる結果となる。

さらに生産要素の固定性は市場の競争条件に関しいくつかの含意をもつ。

① 固定的生産要素が存在する場合、厳密な意味での完全競争条件は成立しない。各企業の生産過程で必要となる生産要素のうち、固定的なものは、その企業に特有なもので、過去の蓄積によりはじめて増やすことができるものであるから、市場的条件の変化に対応してすぐに固定的要素のストックを増減することはできず、時間的経過と費用を必要とする。一般的に固定的要素の比率がたかまるにつれ、供給の価格弾力性はひくくなり、市場の不完全競争性は高まる。② 機械的生産過程の発達に伴い異なる企業間の相互依存度は高度化する。ワルラス理論では、生産期間がゼロあるいは外生的という仮定で、これを無視していた。ケインズはこの点に留意はしていたが、十分な配慮はされず会計的な処理に終わっている。

〔Ⅲ X Ⅲ〕 What Marx “Really” Meant

マルクスの学説体系は‘人類の三つの再先進国に属する19世紀の三大精神的潮流たるドイツの古典哲学、イギリスの古典経済学およびフランスの革命的諸学説一般と結合されたフランス社会主義’を受け継ぎこれを革命的に止揚統一したものであるとレーニンはいっている。その端初は1840年代のドイツ思想界を支配したヘーゲルの観念弁証法およびフォイエルバッハの機械的唯物論を批判して‘弁証法的唯物論’を形成することにはじまった。弁証法的唯物論は現世的な基礎の内部にある自己分裂と自己矛盾とを理論的に暴露し、その矛盾の止揚としての将来社会への必然的推移を論証した。それはおのずからフランスの革命的諸学説一般と結合されたフランス社会主義の影響のもとに、階級闘争および社会革命の理論を導いた（〔経済学的・哲学的草稿〕1844、〔神聖家族〕1845、〔ドイツ・イデオロギー〕1846）。同時に1840年代は、人間の実践的主体的活動が社会そのものの物質的側面において対象化されていく過程に関するマルクスの経済理論が形成された時代でもあった。それは〔哲学の貧困〕1847、〔賃金労働と資本〕1849をへて、資本主義の体制的矛盾は〔経済学批判〕1859および〔資本論〕1867-94においてマルクス経済学として結実したのである。

しかしこのような過程は新古典派には‘馴染み’難く、むしろ‘無縁’のものとして検討の埒外におかれた。（わが国の場合この傾向はさらに強い）たとえばマルクスの言明‘需要と供給とが一致すれば、それらは作用することを止める。そしてまさにそれゆえに、商品はその市場価格で売られる。二つの力が反対の方向に均等に作用する場合にはそれらは相殺され、外部に向かって全然作用しない。そしてかような条件の下で生ずる諸現象は、この二つの力の干渉以外のものによって説明されねばならない。需要と供給が相殺されるならば、それらは何ごとかを説明することを止め、市場価値には作用せず、そして、なぜ市場価値がちょうどこの貨幣額で表現されて他のいかなる貨幣額でも表現されないかについては、われわれを全く暗黒のうちに残す’について、‘これは市場価格の関数としての需要供給の観念を欠き、また需給均衡の意味についての全くの無理解を示しているといわねばならない’という批判がある。マルク

スはそれでは（重要な要素である）価格を経済理論として定義し得ないと批判しているのである。すなわち‘価格’で大きく‘垂離’した二つの経済学革命とみるべきであろう。もちろん二つの革命とみる動きもある。

1972年この問題に関連して Journal of Eonmic Literature は特集を行っている。

(A) W. Baumol : The Transformastion of Values : What Marx Really Meant

プリンストン大学での私の学説史ゼミの学生たちに感謝したいのだが…このペーパーは資本論における価値と価格の関連が一般に“誤解”されていることを示したい’とポーモールはいい、次の点を指摘している。

a) Marx' Interpretation of the Transformation Problem

（Ricardo の価値論との対比は有効であろうが）彼においては、価値の労働理論 (labor theory of value) は価格決定説明へのよき接近と考えられているが、マルクスはこのような接近は多分考えていないだろうし、彼が transformation 問題を書いたときそれは確かに彼の意図ではなかった。マルクスは transformation 解析を価格がいかにして価値から‘引き出せる’かを示すものとは考えていなかったことを証明したい。マルクスは市場価格は価値から（同じく価値は価格から）導かれるのではないことを十分知っており、二つの量は多かれ少なかれ独立に導かれ、実体的にも形式的にも離れていると認めていた。本来の trensformation は価値から価格へではなく、マルクスおよびエンゲルスが繰り返し強調するように‘剰余価値’から（俗流経済論者により認められた）非労働収入すなわち利潤・利子・地代へのそれである。マルクスは古典経済学者と同じく価格決定は競争過程で説明しうるのであり、価格決定については、第一巻は全くの‘無用な回り道’なのである。

b) The Value Theory Reconsidered

Volume I でマルクスは折々価値についてそれが価格に近似するかのごとくに述べている。たとえば“商品が価値から離れた価格で売られることがあるのは真実である。しかしその離れは商品交換法則の違反とみるべきである…”

といっているが、彼はこれらの垂離は ‘Marked disturbances’ に帰する一時的なものとして書き進めている。しかし彼の見解は文脈的に考えねばならない。ここでは彼はただ利益や剰余価値は価値をこえる価格のインフレ過程のせいにはできないといっているのである。第三巻にいたるまでは、価値と価格は（各産業における投資報酬の均等性に基づく）‘cost prices’ とは明らかに分離されている。両巻における価値の役割の差異を説明する適当な三つの道がある。

1) マルクスは元来彼の value を equilibrium relative price と考えており、それが守れないことが明らかになりはじめたときだけ、この位置から離れ、再編と説明のため最善を尽くしたのである。

2) 第二のさらに一般的な解釈は、マルクスは価値論を価格の正確な解析への簡単化された接近と考えていたのであり、第三巻の transformation calculation は適切な修正のための道であったというのである。

3) 第三の説明は、価値論は（ブルジョア経済学の皮相な説明としてマルクスはあまり注意しなかった）価格理論としては考えておらず、彼には遥かにより基本的な生産過程、すなわち経済の各セクターにおける剰余価値の抽出を説明することが意図されているのである。

c) The Transformed Profits as a Mere Surface Manifestation

我々経済学者はつねに三巻に対し心暖まる思いをし、一卷を競争価格の説明への‘無用な回り道’と考えがちである。マルクスの解析の目標からいえば、競争価格決定の説明について重要なことは何であろうか？マルクスにとっては、その不適切さを明らかにする議論と、目の前のカーテンをとりはらって剰余価値の生産の基本的真実を明らかにできるようにすることだけが重要なのである。

（第一巻がマルクスおよび伝承者たちに真に重要な理由である）。マルクスとエンゲルスが一卷で‘大胆な見せ場’を演じるため組み合せて論じ、その解析の弱点を明らかにしたとき、マルクスの目的についての自身の誤解をあらわにするのである。

三巻九章に意味深い一節がある。「…与えられた労働搾取度の下では、いまや一特殊生産部面で生産される剰余価値量は、直接に各特殊生産部門内の資本

家にとってよりも社会的資本の総平均利潤にとって、従って資本家階級一般にとってより重要である。それが各特殊部門内の資本家にとって重要なのは、彼の部門内で生産される剰余価値量が、平均利潤の規制に共同規定的に関与する限りにおいてのみである。しかしこの関与は彼の背後で進行し、彼は見もせず理解もしない。そして実際に彼の関心を引かない一過程である。いまや特殊の諸生産部面における利潤と剰余価値との間の（単に利潤率と剰余価値率との間のみでなく）現実の大きさの差異は、ここで自分を欺くことに特別の関心をもつ資本家にとってのみではなく、労働者にとっても、利潤の眞の性質と起源とを完全に隠匿する。価値の生産価格への転化とともに、価値規定そのものの基礎は限界から遠ざけられる。最後に単なる、剰余価値の利潤への転化において、商品の価値のうち利潤を形成する部分が商品の費用価格としての他の価値部分に相対し、したがってすでにここで資本家にとっては価値の概念が無くなってしまい—なぜならば彼が見るものは商品の生産に要する総労働では無く総労働のうち彼が生きた生産手段または死んだ生産手段の形態で支払った部分のみであるから—かくして彼にとっては利潤がなにか商品の内在的価値の外部に立つものとして現れるとすれば、いまやこの感念は完全に確証され、固定され、骨化される。というのは費用価格に付加される利潤は、特種生産部面に着目するならば、実際にこの部面自体で行われる価値形成の限界によって規定されているのではなく、全く外部的にこの部面に対して確定されているからである。」

(B) P・A. Samuelson : Understanding the Marxian Notion of Exploitation ; A Summary of the So-Colled Transformation Problem between Marxian Values and competitive prices

資本論一巻のモデル（そこでは財の価値は‘等しくはないが’その財に直接的および間接的に対化されている労働に比例する）は、三巻のモデル（そこでは現実の価格は、直接労働の密度最高の財に対して最低、低密度財、マルクス流には‘資本の有機構成最高’の財に対して最高）から離れていることはよく知られている。また、マルクス経済学批判者は三巻のモデルを伝統的経済理論への復帰であり、一巻の異常な解析は総て不必要で不妊でとまどわせる古ぼ

けた叙述だとする。私はここでの有名な transformation 問題についての前々からの批判を述べよう。

a) The Labor Theory Value :

① Adan Smith の ‘early and rude state’ (土地は過剰で無料、生産方法は初歩的で期間は短く利益利潤は無視できる) からはじめよう。鹿 1 頭を捕るに一時間、ビーバ 1 頭を捕るに二時間を要するとすれば、交換比率は鹿半頭：ビーバ一頭となる。国民純生産を産出フローおよび収入フローで表せば

$$NNP = 1 \text{ 鹿} + 2 \text{ ビーバ} \equiv 100\% \text{ of wage income}$$

が成立し、その結果すなわち $P_{\text{beaver}}/P_{\text{deer}} = 2$ および (1 時間当たり)

$W/P_{\text{beaver}} = 1/2$, $W/P_{\text{deer}} = 1$ は ‘undiluted labor theory value’ に一致するだけではない。あとの時代ではそれは Walras および Bohm-Bawerk の general equilibrium outcome でもある。鹿とビーバも生産が共に正である限り、二財の限界効用の均衡比は直接労働係数 $\alpha_{01} = 1$, $\alpha_{02} = 2$ から単独に予測できる。結果はまた一巻のマルクスの価値の解析および三巻の価格解析と一致する。

② 基本条件を変えることなしにシナリオを少し変更する。ビーバで作られたコートは最終製品とする。鹿産業の労働の総ては直接 (生きた) 労働である。しかしビーバを捕るに必要な 2 時間は、さらに (同様に単純で不熟練で愉快または不愉快な労働からなる) 裁縫のための一時間で補われねばならないとする。従ってビーバ・コートは総労働三時間をもつこととなる。即ち一時間の直接 (生きた) 労働、二時間の間接 (死んだ) 労働の合計である。土地は豊富で時間は無視できるといえ、スミス、リカルドおよび価値の労働理論信奉者は、

$$\begin{aligned} P_{\text{beaver coat}}/P_{\text{deer}} &= (2+1)/1 = 3 \\ &= A_{02}/A_{11} > a_{02}/a_{01} \\ &= 2/1 \end{aligned}$$

で一致する。(A_{0j} : j 財の総労働, a_{0j} : undiluted-labor-theory における価格) 一頭のビーバを捕るための餌として四頭の鹿が必要だと言い直しても、問題をより複雑化したとは読者は考えないだろう。これはビーバ・コートに間接

的に内蔵された労働に追加したに過ぎず、いまや全体で $A_{02} = 4 + 2 + 1 = 7$ 時間である。

一般的にいえば、オーストリア式の‘帰納’形式（各最終生産物は最終的には前段階 — earlier stage — の労働に分解出来るという理論）をとれば、投入労働比 A_{02}/a_{01} はつねに定乗数列（finite multiplier chain）で計算できることとなる。

③ マルクスは二巻の単純再生産モデル論においてすべての産出物はまた投入物として必要とされることを認めようとしてこの機能的オーストリア議論を進める。たとえば穀物を作るには石炭を、石炭を作るには穀物を求める。これら投入・産出係数は $a_{\text{coal} \cdot \text{corn}} = a_{35}$, $a_{\text{labor} \cdot \text{coal}} = a_{03}$ （第一添字は投入，第二添字は産出，労働は0産業）であった。

投入／産出の一般概念は鹿を捕るには労働とともに鹿それ自身を要することを考えればよい。（釣り針，おとり，種子も同様） $a_{\text{deer} \cdot \text{deer}}$ or a は分数であり、最終正味一頭の鹿を生産可能なシステムの条件（Hawkins-Simon）でなければならぬ。一頭の鹿を生産するための $a = 3/4$, $a_{01} = 1$ であれば、消費のため正味一頭を残すには四頭を生産しなければならない。そのとき一頭の鹿に含まれる労働時間は明らかに $A_{01} = a_{01} 4 = 4$ 。正味一頭の鹿をうるには総量 $[1 - 3/4]^{-1}$ ，一般的には $[1 - a]^{-1}$ を生産しなければならぬ。この体化された総労働の係数は

$$(1) \quad A_0 = a_0 [1 - a]^{-1}$$

とかける。

(4) 後述のマルクス算数のためここで課税する政府を想定し、スミスの undiluted labor theory of value に頭を出させることにする。取引毎にたとえば $r = 10\%$ の turnover tax を課するとし、労働支払いにもたとえば $s = 50\%$ の value added tax を課するとする。このとき鹿の競争価格も変化し、上の A_0 は小さ過ぎることになる。

三巻の profit-price model に対応する turnover tax と、一巻の surplus value model に対応する value-added tax に区別して計算することとしよう。 $r = 10$

の turnover tax の場合、2 時間の直接労働が一匹のビーバを生産し、1 時間の直接労働が一匹の鹿を生産するという簡単なケースをとれば、いずれも価格は 10% 上がり、新しい交換比率は明らかに $2(1, 1)/(1, 1) = a_{02}(1, 1)/a_{01}(1, 1)$ で与えられる。交換比率は税がたまたまキャンセルされて体化労働分あたえられるものと等しい。次にビーバコートは捕獲のための 2 労働単位とさらに裁縫の一単位労働をようするというケースでは問題はそれほど簡単ではない。コート一着の価格はまず裁縫の直接労働一単位の税を含み、さらに原料ビーバの投入一単位（すでに前期の労働二単位からの税をふくんでいる）についてのピラミッド型加算をも含んでいる。いまやコートのコストは $[2(1, 1) + 1]/(1, 1) = 3.52$ であり、単純な鹿との価格比は $[2(1, 1)^2 + 1(1, 1)]/1(1, 1) = A_{02}/A_{01}$ となる。ここで式 (1) は変更されねばならぬ。1+r の turnover tax のとき、(1) 式は

$$(2) \quad A_0(r) = a_0(1+r)[1 - a(1+r)] \\ > A_0(0)。$$

となる。(証明略)

value-added tax ははるかに簡単である。税はピラミッドをなさず、税は各ステージにおいて直接労働に一度支払われる。税を s とすれば、(投入産出係数はかわらないので) (1 式は)

$$(3) \quad A_0(0)(1+a) = a_0(1+s)[1-a]^{-1}$$

となる(証明略)

Ⅲ Shortcomings of the Labor Theory of Value

1. スミスは彼の“early and rude state”で僅か一ページの単純な労働理論に手間どっている。一ページめくればエデンの園はきえて、土地は少なくそれには地代がかかり、鹿とビーバは地代を含む交換価格をもち、その価格比は体化労働力から離れることとなる。リカード派はこの基本的事実をどう見過ごすか。彼らの多くは長い間リカードが彼の解析を“地代がない土地”が使われる“external margine”もちだせば、また“土地の複雑さを取り除けたら”と考えた。その外では鹿とビーバはその労働要求量で交換される。しかしこれ

はナンセンスで、賢明なリカルドが自身を長く愚かにしてきた疑問である。社会の嗜好が土地粗放な鹿狩から労働集約なビーバ狩に変われば、リカルドの収入分布の重要な問題を需要価格の複雑な問題から分離しようとするリカルドの希望は消える。なぜなら耕作と同値の external margine は変わり、‘新しい’ 体化労働比率は無視できると希望して、リカード型をワルラス型の条件で解かれねばならないからである。

2. 価値の労働理論に関する第二の制約として‘人々は一様ではない’がある。Ricardo および Marx は労働力の新しい単位を定義しなおすこの困難を避けたと思った。男性と女性の生産性が1対3とすれば、(男性労働の一時間を最低共通の denominator として用い女性労働を名目的男性単位3と格づけして) 新たな能率単位 $1L_1 + 3L_2 = L$ が価値の労働理論に適用される。

Marx は高度熟練と不熟練労働の差異の多くは(過去の教育労働が作られた)過去の訓練の差異に依存すると信じていた。しかし efficien-unit は経験的、よくても近似値にすぎない。たとえば女性のビーバ生産の能率を三倍、鹿生産のそれを二倍とすれば、新しい“社会的必要労働”の量は $1L_1 + 3L_2$? $1L_1 + 2L_2$? $1L_1 + 2.5L_2$? いずれも誤りであり、さらに交換比率について価値の労働理論からいかなる予測がえられるだろうか。

答えは明らかでワルラスの full demand equilibrium の条件(リカルドは収入分布の処理でそれを避けたかったのであるが)なしには進歩はあまりないのである。ビーバ/鹿の交換比率はどこでもどちらの嗜好が強いかにより $4/3$ から $2/1$ の間に決まり、単純労働理論の適用は比較の有利性をむだにネグレクトすることにおわるのである。

3. 価値の労働論の過剰殺戮は現在ではあまり意味がないが、主要な反対は時代の考慮からきている。スミスの early and rude state は理論的には super-abundant land および zero rent の仮定と矛盾しないが、時代は無視できる —— 初期条件のもとで‘資本’は super-abundant であり、生産は time-saturated である —— という概念はつねに疑問である。従ってスミスが価値の労働理論のページをめくってから、競争価格の中の労賃および地代とともに interest

or profit を加えたことはよい。

リカードは長く労働論に低迷したが、彼は初めから海岸でとれた小えびは古い樫や時代ものワインと対称的にそれぞれの体化労働内容により交換することはないことを知っていた。リカードが価値の労働論をもっていたか、いなかったかについての不毛で不確かな問いに多くのインクが費やされたことは悲しいことであった。1776, 1817, or 1970年代の現実社会では、貨幣と利潤の率はゼロではなかった。利潤はわたしの方程式 (2) の turnover tax と全く同様にコストとして合成される。

世紀半ばに Marx がうけついだブルジョア経済学の競争比率は体化労働内容から離れると期待した…方程式 (2) の $A_{02}(r)/A_{01}(r)$ が (1 の $A_{02}/A_{01}=A_{02}/A_{01}$ から離れると全く同様に。ただ過去の労働の項の積み上げ、 $a_0(1+r)$ および $a(1+r)$ 、そして

$$a_0(1+r) + a_0(1+r) \{a(1+rA)\} + a_0(1+r) \{a(1+r)\}^2 + \dots$$

により実際の competitive cost と生産価格を計算できる。

IV A Pre-Marx Subsistence-Wage Model

ここで古典派経済学者が労働を(鹿, ビーバについて) 生産コストと認めていたことを想起しよう。マルサスの生産理論は周知の例であるが、リカードの理論は基本においてマルサスに等しい。ノイマンによりマルサス・モデルの論理および生物学的接合は容易に理解できる。Marx は Ricaldo を尊敬したが、Malthus を反動ないし剽窃者としてきらった。Marx がマルサスモデルを批判している限りでは、彼がノイマン的連結がどう働くと考えているかを理解することは難しい仕事である。ここでの私の仕事はあるいは皇帝が着物を着ていないことを発見すること、あるいは Marx の minimum subsistence exploitative wage の仮定が効果的な連結により十分には決定されないことではない。彼のモデルの論理を基礎的な公準と公理から明確にすることである。

I. スミスの rude state にかえり、2単位労働が1 ビーバを、1単位労働が1 鹿を生産し、最低の1 日生計を $m=1$ 鹿とする。贅沢な消費ビーバにはなにも残されていないし、正の利潤率にも、また value-added であれ、turnover 型

であれ課税のためにはなにも残されていない。事実課税があれば人々は生計が $m > 1$ となった場合同様に死んでしまうだろう。しかしなにかの発明で鹿肉が消化よくなったとすれば最低必要賃金は1以下にさがるだろうが、そこで鹿と労働が‘ともに’それぞれの生産コストにありえないという矛盾につきあたる。

(次の二方程式は確定解をもたないからである。

$$(4) \quad W/P_{\text{deer}} = m < 1 = a_{01}^{-1} \\ = 1 / (P_{\text{deer}} / W)$$

ただし obliging exploiting な政府が、 $1+s \cdot = 1/m$ or $1+r \cdot = 1/m$ をもってくれば矛盾は解消する。

Marx のシナリオでは、親切で欲張りな資本家は余剰 $1-m$ を専有する方程式を容易する。これを彼は正の利潤率 $1+r \cdot = 1/m > 1$ を指令することによりこれを行うのであり、これは実質賃金を最低生活水準におく搾取的な利潤率である。しかしこの仮定はスミスの early and rude state では不合理である。資本家は労働者にどのような支配力をもつのだろうか。いかなる契約を打ち出させるのか。雇用者は豊富な土地で狩りをし、その場で獲物を自由に食べられる未開の労働者から有用な何を引き出せるだろうか。

粗野なマルクス派論者は $1+r \cdot = 1/m$ とおいて、(4) 式の矛盾を解きえていない。スミス自身‘コストは供給への効果を通じてのみ価格に効果をもつ’ことを知っていた。実質賃金が m をこえればそれは大衆の成長を意味するのである。

Marx が Malthus の diminishing return の法則（土地は混雑し、もはや無料ではないほどに人口が増加する）を容認するまで賃金は高いところにあり、国民は Neumann-Malthus の golden age を成長し続けることになる。記号的には (4) 式は

$$(5) \quad \frac{1}{\text{population}} - \frac{d(\text{population})}{dt} \\ = a \text{ rising function of } (a_{01}^{-1} - m) \\ = k (W/P_{\text{deer}} - m) > 0 \quad k > 0$$

に置きかえられる。(スミスの rudest state では実質賃金が労働者の最低生計コストに下がることはなく、労働力数は指数的に増加する。Marx 式 $1+r=1/m$ は奴隷またはロボットの所有者が自分の資産で獲得できる利潤率を与える。free labor は他の問題である)

V Graphical Synthesis (省略)

VI The “Transformation Procedure of Volume III

現実の市場競争が全産業の利潤率を均等化するならば、必然的にマルクスの価値と異なることとなる。三巻の (価値の価格への transform を説明する) 周知の表でマルクスは矛盾に直面することとなる。

	capitals or cost outlays	surplus values	values	rate of profit	prices	deviations of prices
	(1)	(2)	(3)=(1)+(2)	(4)=(2)/(1)	(5)=(1)(1+2.2)	(6)=(5)-(3)
I	$80c_1+20c_1$	$20s_1$	120	20%	122	+ 2
II	$70c_2+30v_2$	$30s_2$	130	30	122	- 8
III	$60c_3+40v_3$	$40s_3$	140	40	122	-18
IV	$85c_4+15v_4$	$15s_4$	116	15	122	+ 7
V	$95c_5+5v_5$	$5s_5$	105	5	122	+17
average 100		22	122	22%	122	0

ここで彼は5つの部門を仮定し、可変資本をそれぞれ20, 30, … 不変資本を80, 70, … とする。剰余価値率を100%として彼の value を計算するが、総剰余を総賃金支払額 (可変資本) ではなく、総支払額 (可変+不変資本) に関連させるので、利潤率は労働密度の差により部門ごとに異なる。その平均22%をとって競争価格が計算される (Warulas equilibrium price に同じである)。

“Marx は同じ不変資本 c_j を彼の価格計算にも価値計算にも使い、それで首尾一貫しないこととなっている。 c_j は前期に生産されたものであり、‘価値の価格への変化’の理論に従い、ここでの価値も価格に移行しなければならぬ。その意味で Marx は道の半分しか行っておらず、価格に至る価値計算の若干の要素を忘れる過ちをしている” というのが一般の批判である。(わたしも同感であるが) ここで Marx 算法が厳密に成立する singular case があることを指摘しよう。それは骨董品としての価値もあろうが、はるかに重要なことは、価格

の競争社会で現実に行っている exploitation の性質を、また搾取的な資本主義の dynamic laws of motion に解を与える可能性をもつことを理解するためには、一巻の部門間価値の解析から進むことが必要有効だと思われる。一節に関する誤認をあらわにするためにはるかに重要である。minimum-subsistence wage を適切と考える人は、一巻について ‘何が生産できるか’ と ‘何が minimum wage を構成するか’ かの間に矛盾があるという洞察の精神だけに留意すれば、彼自身の説がよりよく理解できるだろうし、彼自身の理論は不必要であり混乱させるものとして一巻の部門間価値解析の節を不必要また混乱させるものとして放棄するのに有効であろう。

VII The Singular Case of Equal Internal Composition

問題の singular case は総ての労働密度が等しい周知のケース（問題は透明・平凡で価値と価格間矛盾は存在しない）ではなく、いわゆる固定資本の “equal internal composition” の場合である。そこでは “部門のそれぞれが種々の生原料と機械サービスを社会的生産の比率で使用するケースである。すなわち 5 部門は例えば corn, coal, … といった異なる財を表し、各部門は固定資本において他部門と同じ corn to coal 比率をもたねばならない。この技術的要求は現実的でなく、その現実からの乖離はマルクスの手法への反対をしばしば曖昧なマルクス批判よりも力強く明瞭にするのである。

上記の技術条件にともなう第二の仮定は、“minimum-subsistence budget は財が生産の投入として使用されると同じ相対比率で構成された market basket である” である。最後に、産業および wage subsistence の要求を満たした後の残余を取得する資本家もまた同じ比率で財を入手する。資本家はこれらの財を贅沢品に向ける (Marx モデルの simple reproduction) か一部または全部を balanced exponential growth (Marx の拡大再生産モデル or いわゆる golden age) のため必要な固定資本の増加に当てるかは自由である。

資本家が労働者と同じ比率で財を使用することは、二巻からの Marx の再生産モデルとは明らかに離れている（そこでは賃金財、奢侈財、生産者財部門が仮定されている）。ほとんどすべての筆者が Marx と同じく 5 部門から出発し

ながら、幾分徐々にであるが表 1 の方法を Marx の単純再生産モデルに適用しはじめていることに注意したい。

理論的ではあるが、(私の記憶では) Marx 自身適用を躊躇した方法である。

VIII Marx Vindicated

ここで上の表にかえり、われわれの singular case of constant-internal-compositions-of-goods が Marx の simplistic procedure を確認することを示そう。

I 部門の c80 が、3 行の価値と同じ平均値である 5 行の価格の平均値から構成されておれば、そしてこの場合に限り 80 は、価格と価値計算の両計算に対する正しい大きさである。われわれは主張された価格をわずかに変更し、プロセスが正当であることを証明することにより、このことを明らかにする。また Marx および (Bortkiewicz 以外の) pre-Seton の多くが 'real wage は価値・価格の両モードで正確に同じ水準に保たれてきた' ことを十分に強調できなかったことも明らかにしよう。かくてわたしの仮説がなければ、Marx の方法はさらに致命的な反対 (market of subsistence は一時間労働に関する二つのレジメにおいて同一費用とはならないだろう) にさらされねばならなかったろう。(労働者は半日を自身のために、半日を搾取的資本家のため働くというとき、Marx はその各表において各部門における財のいかなる断片が彼らの鉄のごとき量をつくるかを示していない。これらの比率をランダムにとれば、新価格の適当な荷重平均が価値のそれと同水準になる理由はない (非加重平均に対してはそうだとしても)。このことは Marx の 22% が彼にとり不都合な値であることを意味するだろう。現代においては Leontief and Sraffa, Dorfmann-Samuelson-Solow, Seton および森島は、22% からの適切な離脱を与える polynomial の計算を知っており、また Bortkiewicz も若い Dmitriev の業績の熟読と彼自身の Walras 解釈により同様である。しかし他の論者は 5 部門から一産業が全賃金財を生産するモデルに向かうが、そこには一つの問題があることにはほとんど気づいていない。こうしてともかく Marx は陥穽から免れてきた。

IX The “Inverse Transformation” 問題

表はまた価格から出発し、いわゆる森島—Seton の “inverse transformation” (価格から価値へ) を構成することができる。ここでも Marx 派算法による簡単な方法が、私の singular case において (そのみにおいて) 正確であろう。

1 行と 5 行から出発して 3 行と 2 行にかえる。5 行の最終価格と 1 行の総費用との総差額は $22+22+22+22+22$ である。これらの数値は Marx の好みの例という理由だけで一定なのであるが、一般には $\sum S_j$ (価格単位での積み上げ) を計算できる。これは価値単位での積み上げ $\sum S_j$ に等しくできる。Marx のケースには総価値と総価格に変化がないので、剰余価値率 s は一様に計算されて 2 行 3 行が埋められる。しかし Marx が Hegel を頭の上で回したように、こんどは Marx を上下にもみあげて、この利潤の総額は、それが実際に生産されたところでの価値体系で配分されるのではなく、むしろ総社会利潤にたいする総可変資本の割り当て部分に “fall” するのだといえる。価格と価値、利潤率と剰余価値、可変資本と総資本を転化させるたびに、わたしは括弧づきの挿入を行ってきた。たとえば Meek もいくつかの誤りを指摘しているが、それらは Marx が理論的新機軸とする部分の心臓部に接近するものであり、彼にとり冗談事ではない。

X A Misunderstanding

inverse transformation 問題についての一般的な誤解は解明されねばならない。Marx 批判者としての Bawerk, 同調者としての J. Robinson の理論は次のごとくである。Robinson は、各財の直接プラス間接労働時間の必要量は物理的量として積み上げうるといふ純粹の価値の労働理論から出発して、Marx の価値表に到達しうることを示すことに突走っている。他方われわれは利潤および価格を含む表に到達するために必要であったような高次の多項式を解くことなしにそうすることができる。このことを付言した上で、彼女の絶對的な見解、とくに同頁の Marx の搾取は “労働時間が労働者の生存確保のためと剰余を生産するための必要部分への分割の意味に” 理解すべきだという言葉に同意する。これは各種の産業に適用するものとしては意味をもたない。

Böhm-Bawerk はマルクス・システムの結論に関する小論および1880年代の執筆において、多くの反マルクスの議論を行った（真摯なマルクス学派はむしろ感謝すべきであろう）。しかし彼は搾取理論を重要な点で正当にあつていない。彼はしばしば、利潤率と内包的な価格の同等性は剰余価値率と内包的な価格の同等性よりも現実的だという Marx および同調者の認識を指摘している。彼はこれを正当な交換率は必要労働時間比率から推論さるべきでないという意味において価値の労働理論に反するものと正当に認めている。しかしこれらが純粋な・技術主義の意味での、すなわち全資本金が整備された状態のとき、与えられた総労働でなにが生産可能かを示す代数的方法としての価値の労働理論を否定したのだと考えることは彼に対する不合理な推論である。後にみるように、賃金搾取の理論は利潤と価格の解析の上でのみ築かれうるものであり、マルクス派もいつの日かこの意味での公式化を希望するだろう。しかしこれは、これと同じ生活賃金の水準がその交換関係を一卷の仮定の上で築きうる制度において到達しうるであろう。Marx の唯物史観の理論を適用して彼が代数に不慣れでありコンピューターがなかったため、三巻の Walras 関係式の非現実的だが代数的には簡単な一卷の仮説に到達したのである。

XI Redundancy of Industry Surplus Values

三巻の価格が競争において一卷の価値よりも現実的であることはもはや疑はない。議論は Marx と現代の支持者が主張するように、三巻のワルラス方程式が依存する利潤自身が一卷の剰余価値解析 $s_j = v_j s$ により決定されるか、あるいはそれらの合計に依存するかに狭められている。まず明らかにしたいのは、マルクスとエンゲルスおよび Dobb と Meek が、搾取の minimum-wage に一致する price-profit の輪郭の作成に、価値の労働理論のどの局面が本質的に含まれるかの定義において単純に誤まっている。最も鮮明な証明は数学的である。搾取の過程と資本主義発展の運動法則に興味をもつ一人の学者が同時に行列代数の名人であることは期待できないから、単純化された二部門数値例によるほかない。たとえば

- ① 100単位の社会的労働がⅠ部門（たとえば corn）に 80、Ⅱ部門（coal）に

20 と配分される。

- ② 部門Ⅰでは労働 80, corn 10, coal 10 から corn 100 が生産され、部門Ⅱでは労働 20, corn 40, coal 40 から coal 100 が生産される。
- ③ 低賃金は各労働単位につき corn $1/4$, coal $1/4$ final unit の market basket となり、gross output の各100単位から25単位が労働者にわたる。
- ④ 他の各50単位は中間生産物として‘非’労働者の最終消費 or saving-investment となる。

これにつき一卷を考える。労働が生産するものと生存に要するものとの決定的な比率は、剰余価値の計算前に物理的な表からすでに計算されている。上記の $25/50$ は $s=100\%$ とおいて Marx の剰余価値率に変換できる。下表の 2, 3 行に示されるように、システムは産業間で均等化されるのは利潤ではなく、

capitals	surplus value	values	profits	price	deviations
①	②	③=①+②	④=1/3 ①	⑤=①+④	⑥=⑤-③
40c+80v	80v	200	40	160	-40
160c+20v	20v	200	60	240	+40

むしろ、剰余価値 s_i/v_i であるように組織されているという風変わりで経験的な仮説に勝る交換法則を計算できる。

(C) 森島通夫 The Fundamental Marxian Theorem : A Reply to Samuelson
サムエルソンが、次式を前提とするのであればわたしの定理に反対しないことを知って幸いである。

定理 (1) $a_0 (1+R^*) [I-a (1+R^*)]^{-1} m = 1$

により決定される competitive rate of profit R^* は

(2) $a_0 [1-a]^{-1} m < 1$

のときおよびそのときに限り正である。(記号はサムエルソンのものである。なかんずく上の定理は、賃金は生存水準に固定され、man-hour 当たり subsistence-consumption vector m は明らかに一日あたり労働時間 (私の記号 T) により区分された一日あたり subsistence-consumption vector (わたしの記号 B) に等しい。このとき上の (1), (2) は

$$(1') \ a_0(1+R^*) [I-a(1+R^*) [I-a(1+R^*)]^{-1}B]/T = 1$$

$$(2') \ T^* < T \quad \text{where} \quad T^* = a_0 [I-a]^{-1}$$

Marx は a_0 および a は技術的に、 B は生物学的に与えられると考え、従って T^* は容易に計算される。 $(a_0$ は労働投入係数ベクトル、わたしの場合 $L = (L_1 L_2)$), a は物的投入係数行列、わたしの場合 $A = |AQ \ Q_2|$ m は man-hour 当たり消費ベクトルわたしの場合 B/T)

このとき定理は、(1') をみたま R^* は T が T^* より大きいときに限り正である。“value” or “exploitation” 等の mysterious な概念は定理のこの型では一切現れない。

I ところで T^* はなにを表すのだろうか。これは重要、とくに Marx にとっては彼と同時代の者には Leontief inverse $[I-a]^{-1}$ は鵜呑みにはできなかったから重要であった。彼らに T^* を理解させる唯一の道は、Marx がしたように価値の労働理論に向かうほかなかったであろう。事実 $a_0 [I-a]^{-1}$ は value-determination equation

$$(4) \ \Lambda = \Lambda a + a_0$$

の解にほかならず、従って T^* は subsistence commodity 群の価値、すなわち現実経済の利用可能技術 (a, a_0) の下で B を生産するため社会的に必要な労働時間 ΛB に等しい。ここで式 (4) には競争的裁定 (competitive arbitrage) の要素はなにも含まれていないことを強調しておくことは重要である。それは財生産に社会的に必要な労働量の計算式以外なものでもない。

II Marx においては、競争的裁定は、専ら価格、賃金率、利潤率のタームでなされ、価値、剰余価値率のタームでは全く行われぬ。(マルクス経済学では、価値計算は価格計算とは全く異なる役割を果している。個人および企業の決定は総て価格計算のタームで行われ、価値計算は生産の必要労働の技術的評価を与える。マルクスの価値論は初歩的・陳腐的な価格論と考えてはならない。子供の乳飲語から大人の英語への移行ではない。またサムエルソンはわたしの定理を a. “classical labor theory of value” に適合する定理 b. dual accounting system $s_j/v_j = v_1/v_j$ を pre-Marxian の最初の計算式に関係

付ける定理と区分するが、Marx は a'. 資本主義社会の競争的裁定の定理を含む定理 b'. price-profit 計算を value-surplus-value 計算に関係付ける定理 c' 財の価値の技術的計算の定理に区分したい。a' は資本主義社会ではなく単純商品生産社会においてのみ成立する古典的な価値の労働理論を含まない。他方 c' は無駄ではない。マルクスは “equalization of the rate of surplus value は労働者間の競争と労働場所の耐えざる移動とを仮定する” と書いている。サムエルソンは $S_j/V_j = S_i/V_i$ と $V_j/C_j \neq V_i/C_i$ の等置と $S_j/(C_j + V_j) = S_i/(V_i + C_i)$ の等置が両立しうるかを問題とする。しかし両者がそれぞれ価格計算か価値計算かであれば、二つの不等性が両立しえないことは明らかである。Marx もしばしば混乱したが、彼の問題はそれほど些細ではなく、価値形式における $s_j/v_j = s_i/v_i$ with $v_i/c_j \neq v_i/c_j$ と価格形式における $S_j/(V_j + C_j) = S_i/(C_i + V_i)$ は両立するということである。）

社会が競争的であり、生存賃金が普及しておれば、均衡状態においては次の二式が満足されねばならない。

$$(5) \quad p = (1 + R^*) (pa + wa_0)$$

$$(6) \quad wT = pB$$

(5) 式は、利潤率が経済をめぐる資本家間の競争的仲裁を通じて均等化されることを意味し、(6) 式は時間当たり賃金率 w or 労働日の長さ T が全経済における労働者間の競争的仲裁を通じて等化されることを意味してくる（1日当たり賃金は生計水準に設定されねばならないから）。そして労働日の長さが一度各仕事間で等化されれば、剰余価値の一定率が全産業を通じて成立することとなる。このことは、 l_i を i 産業の労働投入係数（ a_0 の第 i 要素）、 T_i を i 産業の1日当たり労働時間とすれば、次式が成立することを意味する。

$$(7) \quad v_i = l_i \Lambda B / T_i$$

$$(8) \quad s_i = l_i - v_i$$

for each i . Hence

$$(9) \quad \frac{s_i}{v_i} = \frac{1 - \Lambda B / T_i}{\Lambda B / T_i} \quad \text{for each } i$$

従って剰余価値率は各 T_i が等しいとき、そのときに限り等しくなる。

つまりすべての T_i が等化されたとすれば、(9) 式は

$$\frac{s_i}{v_i} = \frac{T - \Lambda B}{\Lambda B} \equiv r^*$$

とかける。ここで $T^* = \Lambda B$ とかけば、 $r^* > 0$ のときに限り $T > T^*$ といえる。従って上の定理により均等利潤率 R^* は均等剰余価値率 r^* が正のときそのときに限り正となる。すなわち r^* は T の鏡像であり、マルクスは後者は資本家と労働者の相対的力関係で決まると考えた。利潤率は労働日の延長により増加することをみいだしている。それはヴィクトリア時代の彼の経験と全く一致する観点であった。

IV 資本論の目的の一つは、資本家組織の生産性あるいは von Neumann の balanced-growth rate の正当性を示すことにある。そのためには、拡大された投入係数行列 $a + a_0 m$ が Hawkins-Simon 条件を満たす必要十分条件を見いださねばならない。ただ Marx がこの問題に苦闘していた頃、Frobenius, Perron, Markov はまだ生まれていないか赤ん坊に過ぎず、彼らの定理を使えず、Marx 自身の道を探さねばならなかったことを思わねばならない。そのため彼は A_1 (資本財部門の a の submatrix) は “productive” (これは Marx の基本的で技術的に無害な仮定である) とし、 $a + a_0 m$ は (2') が成立するときそのときのみ “productive” であることをみいだしている。そこで von Neumann equilibrium rate of growth は (2') が成立するときそのときに限り正であり、事実成長率は利潤の positive equilibrium ratio に等しいとみられる。

わたしはこれを第一級の貢献ととる。重要な (2') が満足されるかどうかを試すには、labor values (value vector の語がきらいならば $[I - a]^{-1}$) を計算し、商品群 m を価値で評価すればよい。しかしこれは Marx が価値論を価格論として採用したということでは全くない。Marx においては、競争形式において決定される価格は、一般的な production coefficient を基礎として技術的に計算される value とは区別される。逆に彼は、value equation は資本家

ではなく単純商品生産社会の経済においてのみ価格決定方程式として用いられると主張する。わたしは Samelson の“剰余価値形式の代数学は操作しやすい。そこで初歩的な解説と素人の説得のためには一巻は価値がある”に反対する。Marx がしばしば価値と価格を混同していることは確かだが、Marx 解説においては混乱を残さないように（非古典趣味のわれわれが Walras に対してしたように）われわれはふたたび非古典趣味者として財 i の価値（すなわち i の一単位のなかに凍結された労働の量）をその交換価値（すなわち価格）から区別しなければならない前者が後者を支配するが、両者は特殊なケースを除き、長期的にも短期的にも両者は離れている。わたしの解釈では、Marx は、一部門モデルのマクロ解析から始めようとしてはじめに一巻の例外的なケースに関心を持ち、それからそれを二巻・三巻の 2 or 3 部門分析にそれを拡大したのである。すなわち一巻を通じて種々のセクターを一部門に集約する条件として、総ての産業が資本の同価値構成を持ち、従って価値は価格に、また剰余価値は利潤に厳密に比例することが考えられていたと理解する。このとき transformation 問題におけるこれらの比例性を研究し、すぐ後に集約条件を捨てて、二巻、三巻の disaggregation の検討に進むことは、Marx にとりきわめて自然なことである。

IV それはよいとして、以上の議論またわたしの“Marx's economics”13章においては、いくつかの仮定（総て技術関係の）が価値を曖昧さなしに計算し、その積極性を確認するために設定されている。しかしそのいくつかは耐久資本財が認められると、不適当だとわかった。そこで前掲書14章でわたしは価値理論を再考慮し（財のなかに凍結している労働量の技術的計算のプログラム）、joint production と技術選択が許容されるや、明白で意味ある価値計算は必ずしも可能でないことがわかった。 t 年の資本財 i を用いるプロセスの終わりには $t+1$ 年の資本財 i が joint output として現れ、資本家は 1, 2, … 年の資本財を用いるプロセスのなかで選択できるので、耐久資本財の存在は本質的に joint production および技術選択の問題と結合するのである。わたしは結局 value theory の放棄を考えたが、前者の末尾で“exploitation”の存続を見出

している。この結論は Marx への厳しい攻撃である Samuelson の “erase and replace” よりも強い効果をもっている。前書を終わったとき、わたしは耐久資本財をもつ一般モデルにおいて Fundamental Marxian Theorem が正しいかどうかを知らなかった。しかしいまではそれが真であることを知っている。すなわち長期均衡利潤率 R^* は “exploitation” 率が正のときそのときに限り正なのである。この命題は、価値概念からは全く独立であり、rate of exploitation は末尾で定義したごとくである。ここではその証明は省略するが、ともかくわれわれは、Fundamental Marxian Theorem が彼の経済理論の核心であることを認める限り、価値論なき Marx を認めるのである。

Ⅵ Samuelson にいいたいことがなおいくつかある。

第一に、Marx の利潤率低下法則に関する私の解釈に関する彼の批判を受け入れる。わたしは置塩により指摘された同様な誤りをしたことがある。面白いことに、Marx に有利な誤りが Samuelson に指摘されて置塩には見過ごされ、不利な誤りが置塩に指摘されて Samuelson に見過ごされていることは面白い。彼は、aggregationn 問題のためには、正の利潤率で計算した価格よりも zero-profit embodied contentsの方がより重要であるとわたしが主張しているというが、そのようなことを書いたことはない。最後に彼の脚注に関連して、財の価格は単純商品生産におけるその価値に比例するという定理は long-run equilibrium に関する提起であることを指摘しておく。Fundamental Marxian Theorem 同様それは “需要・供給の偶然的状態において売り手・買い手が求める” 利潤 (or 独占利潤) に適用すべきではなく、とくに無階級社会の正の利潤率存在を示すための Weizsäcker の corn-wine の寓話はボールをミスしたスイングである。その存在は人が皆同じときの一時的なものである。

〔Ⅲ X IV〕ワルラス法則の位相論

均衡解の存在問題について、決定的な役割を演ずる特徴のみを備え、他の点では自由な解釈を許すような ‘抽象的経済モデル’ を定式化し、それについての均衡解の存在を定理として確立することは重要な課題である。

Arrow と Debreu は、一般化されたゲーム形式の抽象的モデルをつくること

により目的を達成した。(Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy, *Econometrica*, 22, 1954)。他方 Gale (The Law of Supply and Demand, *Mathematica Scandinavica* 1955) と二階堂副包 (On the Classical Multilateral Exchange Problem, *Metroeconomica* 1957) はこれとは独立に、均衡解存在問題にとり非本質的な古典的仮定(効用指標や生産関数の微分可能性)を除去したモデルに不動点定理を適用した。二階堂はこれを次のように解説する。(「現代経済学の数学的方法」1960)

(A) 全経済体系が i 個の消費単位 i ($i=1, \dots, i$), m 個の生産単位 k ($k=1, \dots, m$) から構成され、財の種類を j ($j=1, \dots, n$) とする。さらに生産、消費について次の仮定をおく。(I) 生産: 各生産単位 k は工程の集合 Y_k をもち、次の条件がみたされている。

I a Y_k は 0 を含む凸閉集合 I b $Y = \sum Y_k$ とすれば $Y \cap R_+^n = \{0\}$

I c $Y \cap (-Y) = \{0\}$ (Y_k を凸錐に限定せず、単に凸集合としたのは収穫逡減のあるケースと、何らかの制約が生産可能領域に課せられるケースをも統一的に取り扱うるようにするためである。また I c は工程が非可逆であることを示す)

(II) 選考場: 各消費単位 i の選好場 X_i と、この上で定義された効用指標 $u_i(x)$ は次の条件をみたす。

II a $X_i = b_i + R_+^n$ (X_i は正象限を b_i だけ平行移動したもの)

II b $u_i(x)$ は連続 II c $u_i(x)$ は擬凹関数(選好順序が凸であれば、対応する効用指標 u は

$$z \in [x, y], u(x), u(y) \geq \omega \text{ ならば } u(z) \geq \omega \quad (\omega : \text{実数})$$

をみたし、逆も成立する。上式をみたす関数を擬凹関数という)

II d $u_i(x)$ は単調増加

(III) 利潤の分配率 各 i, k ごとに定数 α_{ik} が与えられており、 $\sum \alpha_{ik} = 1$ ($k=1, \dots, m$) が成立する。生産単位 k の利潤が α_k のとき、消費単位 i は $\alpha_{ik} \pi_k$ の利潤をうける。(上式は π_k が消費単位全部に分配しつくされることを示している)

(Ⅳ) 初期保有量 各消費単位 i は各財 a_j^i 単位 ($j=1, \dots, n$) を初期保有量として所有する。 a_j^i のベクトルを a^i とし、 $a^i \geq b^i$ を仮定する。(初期保有量は非負である)

(Ⅴ) $\sum b^i < \sum a^i + \sum \bar{y}^k$ となるような $\bar{y}^k \in Y_k$ が存在する。($k=1, \dots, m$) (初期保有分と生産分を加算すれば体系全体としてすべての財について正の供給を生ぜしめることができる)

ここで価格ベクトル $\hat{p} > 0$, 諸費単位 i の需要量 \hat{x}^i, X_i , 生産単位 k の生産量 \hat{y}^k, Y_k の組 $[\hat{p}, \hat{x}^1, \hat{x}^2, \dots, \hat{x}^1, \hat{y}^1, \hat{y}^2, \dots, \hat{y}^m]$ が次の条件をみたすとき、それが「一般均衡モデル I—V の均衡解」である。

① 生産単位の利潤最大 各単位 k について $\pi_k(\hat{p}) = \max(\hat{p}, \hat{y}) = (\hat{p}, \hat{y})$ (すべての $y \in Y_k$ についての最大値)

② 消費単位の効用最大 各単位 i について、予算制約式

$$x \in X_i, (\hat{p}, x) \leq (\hat{p}, a^i) + \sum_{k=1}^m \alpha_{ik} \pi_k(\hat{p})$$

の下に $\max u_i(x) = u_i(\hat{x}^i)$

③ 需給均衡 $\sum \hat{x}^i = \sum a^i + \sum \hat{y}^k$

(B) 均衡解存在の証明が問題であるが、前提として次の事実を注意しておく。

① 一般均衡モデルにおいて $X_1 = X_2 = \dots = X_n = R_+$ すなわち $b_i = 0$ ($i=1, 2, \dots, 1$), $Y_1 = Y_2, \dots, Y_m = \{0\}$ とすれば単純交換モデルとなり、単純交換問題は本問題の系として解かれる。

② 生産単位 k の工程集合 Y_k が凸錐 (R^n の部分集合 K が条件 $x, y \in K$ ならば $x+y \in K$, および $\alpha \geq 0, x \in K$ ならば $\alpha x \in K$ をみたす) ならば、 k の利潤は均衡においては 0 でなければならない。これは生産物の価格と生産費が一致する意味での真にワルラス的な均衡の状態である。他方収穫逦減法則が作用する場合 or limitational factor の制約がある場合には、剰余としての利潤発生之余地がある。この場合 Y_k は決して凸錐にはなりえず、一般の凸集合である。

とくに需給関数については若干の修正が必要である。

均衡の問題はワルラス以来、価格を未知数とする連立方程式の問題として取り扱われてきた。体系全体の需要・供給関数は主体の個別の需要・供給関数の

総計としてえられる。

ところで個別需給関数は主体に関する最適値問題の解としてえられるのであるが、任意に与えられた価格に応じて効用・利潤最大問題が解きうるとは限らない（たとえば生産単位 k の工程集合 Y_k が凸錐であるときは特定の価格の下で解うるに過ぎない）。この困難を克服するため“コンパクトな集合のうえでは、連続関数は必ず最大値をとる”という定理を適用することとして、最大値問題の変域を有界な範囲に限定する方法をとることとする。

まず $X = \sum_i X_i$, $Y = \sum_k Y_k$ とおく。均衡解 $[\hat{p}, \hat{x}^1, \hat{x}^2, \dots, \hat{x}^1, \hat{y}^1, \hat{y}^2, \dots, \hat{y}^m]$ はもし存在するとすれば、前記の条件をみたすので

$$a + \sum y^k \geq \sum x^i \quad (\text{ただし } a = \sum a^i)$$

をみたすあらゆる組

$$[x^1, x^2, \dots, x^1, y^1, y^2, \dots, y^m], x^i \in X_i, y^k \in Y_k$$

を考える。そしてこのような組のどれかに x_i として現れる X_i の点の集合および y^k として現れる Y_k の点の集合をそれぞれ \tilde{X}_i および \tilde{Y}_k とおく。すなわち

$$\tilde{X}_i = X_i \cap (a + Y - \sum_{s \neq i} X_s - R_+^n) \quad \tilde{Y}_k = Y_k \cap (X - a - \sum_{t \neq k} Y_t + R_+^n)$$

ゆえに均衡解が存在するとすれば $\hat{x}^i \in \tilde{X}_i$, $\hat{y}^k \in \tilde{Y}_k$ となり、 \tilde{X}_i , \tilde{Y}_k は①空集合でない ②凸重合である。③有界集合である が成立する。

ついで需要・供給関数を定義するのであるが、まず超直方体 (R^n の集合で)

$$E = \{x \mid x \in R^n, c_j \leq x_j \leq d_j \quad (j=1, \dots, n)\} \quad (c_j, d_j \text{ は定数}) \text{ を定義する。}$$

E は凸集合であり、コンパクトである。いかなる有界集合も十分大きな超直方体を選ぶことにより、その開核内に含ませられる。十分大きな超直方体 E を一つ選べば

$$E^0 \supset \tilde{Y}_k \quad (k=1, \dots, m) \quad (Y_k \text{ は有界})$$

この E を用いて、共通部分 $Y_k \cap E$ を作ると、これらは空集合ではなくコンパクトな凸集合になる。

(C) 以上を準備として、利潤最大値問題の変域 Y_k を $Y_k \cap E$ に制限することにより、生産単位 k の供給関数 $\phi^k(p)$ および利潤関数 $\pi(p)$ は

$$\phi^k(p) = \{y^k \mid y \in Y_k \cap E \text{ の下に } \max(p, y) = (p, y^k)\}$$

$$\pi_k(p) = \max (p, y) \quad (\text{制約条件 } y \in Y_k \cap E \text{ の下に})$$

と定義される。(Y_k ∩ E がコンパクト、y の関数 (p, y) が連続であるから、最大値が必ず存在し、上の二式が任意の p について矛盾なく定義される。
(π_k(p) は通常の一関数であるが、(p, y) の最大点 y^k は一般に多数あるから、ψ^k(p) は集合を値する関数である)

つぎに需要関数を定義するため、別の超直方体をつくる。

d_i を成分とするベクトルを d として、各 i について不等式

$$h^i > a^i + md \quad \text{および} \quad h^i > x \quad (\text{任意の } x \in \tilde{X} \text{ に対して})$$

をみたすベクトル hⁱ を一つ選定する。(bⁱ < hⁱ であり) この hⁱ を用いて超直方体

$$E_i = \{x \mid x \in R^n, b_i \leq x \leq h^i\} \quad (i=1, \dots, l)$$

をつくる。X_i ⊃ E_i ⊃ \tilde{X}_i (i=1, ..., l) であり、消費単位の需要関数は

$$\psi^i(p) = \{x^i \mid x \in E_i, (p, x) \leq (p, a^i) + \sum \alpha_{ik} \pi_k(p) \text{ のもとに } \max u_i(x) = u_i(x^i)\} \text{ と定義される。}$$

π_k(p) ≥ 0, α_{ik} ≥ 0 であるから ∑ α_{ik} π_k(p) ≥ 0 したがって x = aⁱ とおけば予算制約式

$$(p, x) \leq (p, a^i) + \sum_k \alpha_{ik} \pi_k(p)$$

をみたす。この最大値問題の変域はコンパクトであるから、連続な uⁱ(x) は必ず最大値をもち、任意の p に対し上式が矛盾なく定義される。ここでも関数は集合を値とする関数である。

(D) 以上で個別需給関数がすべて定義されたが、これを総計して体系全体の総需給関数が定義され、総需要関数は

$$\phi(p) = \sum \phi^i(p)$$

総供給関数は

$$\psi(\cdot) = \sum \psi^k(p)$$

となる。ここに定義した需給関数は一般に集合を値とする関数である。とくに一意関数だとすれば、この関数で表現された体系の均衡状態は‘需要=供給’という方程式

$$\phi(p) = \psi(p)$$

で表されるが、集合を値とする一般の場合には、均衡はある価格ベクトル p において $\phi(p)$ と $\psi(p)$ とが共通元を含むこと、すなわち

$$\phi(p) \cap \psi(p) \neq \emptyset$$

により表示される。これはまた（ベクトル差）‘超過供給関数’ $\psi(p) - \phi(p)$ が 0 を含むこと $\psi(p) - \phi(p) \in 0$ に同値である。一意関数の場合両式は $\phi(p) = \psi(p)$ に帰着する。ワルラス法則 $(p, x) = (p, y)$ は財の供給（生産、保有財の売却）にともなう全所得がふたたび財の購求のため支出されるという所得の完全循環を示す関係式であり、任意の価格 p に対し成立する恒等式である。したがってワルラス法則は需給関数が一意関数の場合、 $p \geq 0$ についての恒等式 $(p, \phi(p)) = (p, \psi(p))$ になる。

定理 ① $[\hat{p}, \hat{x}^1, \hat{x}^2, \dots, \hat{x}^1, \hat{y}^1, \hat{y}^2, \dots, \hat{y}^m]$ が原モデルの均衡解ならば、 $p = \hat{p}$ において需給関数の均衡 $\phi(p) \cap \psi(p) \neq \emptyset$ がなりたつ。

② \hat{p} が需給関数の均衡価格ならば、 $\phi(\hat{p}) \cap \psi(\hat{p})$ の任意の点を、和 $\sum \hat{x}^i = a + \sum \hat{y}^k$ に分解することによってえられる組 $[\hat{p}, \hat{x}^1, \hat{x}^2, \dots, \hat{x}^1, \hat{y}^1, \hat{y}^2, \dots, \hat{y}^m]$ は原モデルの均衡解である。

これらを総合してワルラス・モデルの均衡解の存在問題は、需給関数についての均衡解の存在問題に変換されたと考えてよいであろう。

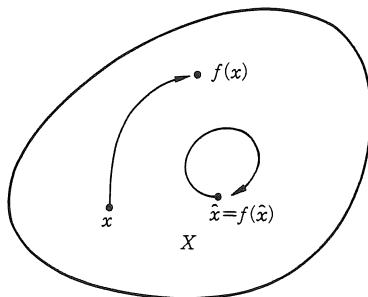
（ワラウス自身はじめ効用の可測性に疑問をもったが、一応可測性を仮定して議論を進め、その結果に満足して可測性を採用したのである。）

〔Ⅲ X V〕 不動点定理

均衡解の存在問題開明のための不可欠の用具として不動点定理がある。

(a) Brauer の不動点定理

X を R^n 内のコンパクト 凸集合とする。 $f: X \rightarrow X$ を、 X の点 x を X の点 $f(x)$ に対応させる連続な写像であるとすれば、不動点 $\hat{x} = f(\hat{x})$ が存在する



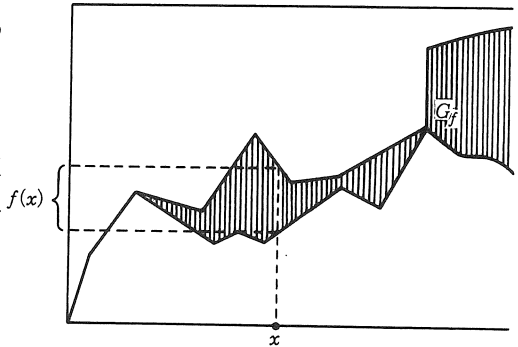
(b) ついで Brauer の定理を ‘多意写像’ (点对集合写像) に拡張した ‘角谷の定理’ が提起される。ところで点对集合写像についての連続性は次のように定義される。 X, Y を \mathbb{R}^n 内の二集合とし、 Y はコンパクトとする。 X の点 x に、 Y の空でない部分集合 $f(x)$ を対応づける点对集合写像 $f: X \rightarrow Y$ があるとす。 X と Y の直積 $X \cdot Y$ の中の部分集合 (一意写像のグラフ概念の自然的拡張である)

$$G_f = \{(x, y) \mid y \in f(x), x \in X, y \in Y\}$$

が $X \cdot Y$ の閉集合になるとき写像 f は閉写像であるという。 f が閉であれば、各点の像 $f(x)$ はコンパクトになる

(c) 以上の考察を前提として次の定理が成立する。

‘角谷の不動点定理’: X を \mathbb{R}^n のコンパクトな凸集合とし、 $f: X \rightarrow X$ を X の点 x に X の空でない凸部分集合 $f(x)$ を対応づける閉写像とすれば、不動点 $\hat{x} \in f(\hat{x})$ が存在する。



① X がコンパクトであるから、任意の $\delta > 0$ に対し δ 網 $\{a^{s_i} \mid i=1, \dots, s_s\}$ が存在する。(ある距離空間 X の有限個の点の組 $\{a^i \mid i=1, \dots, \}$ は、 a^i の δ 近傍 $U(a^i, \delta)$ の和集合が X を含んで $X \subset U(a^1, \delta) \cup \dots \cup U(a^{s_s}, \delta)$ となるときの ‘ δ 網’ とよばれる) 個数 s_s は δ に関係してきまる。

② s_s 個の連続関数

$$\theta_i^s(x) = \max [0, \delta - d(x, a^{s_i})] \quad (i=1, \dots, s_s)$$

を X 上で定義すると $\theta_i^s > 0$ 。しかも δ 網の定義により、任意の $x \in X$ に対し必ずある i について $d(x, a^{s_i}) < \delta$ すなわち $\theta_i^s(x) > 0$ となるから、いたるところで

$$\sum \theta_i^s(x) > 0$$

ゆえに s_s 個の連続関数

$$w_i^{\delta}(x) = \theta_i^{\delta}(x) / \sum \theta_j^{\delta}(x) \quad (i=1, \dots, s_{\delta})$$

がえられる。 $w_i^{\delta}(x) \geq 0$,

$\sum_{i=1}^{s_{\delta}} w_i^{\delta}(x) = 1$ であるからこ

れを凸結合の係数として用
いることができ、これを用
いて、 X の点 x を X の点 $g_{\delta}(x)$
(x) に移す一意連続写像

$$g_{\delta}(x) = \sum w_i^{\delta}(x) b^{\delta i}$$

をつくることのできる。

($b^{\delta i}$ は $f(a^{\delta i})$ に含まれる点
を任意に選んだものである)。

$g_{\delta}(x)$ は $b^{\delta i}$ の荷重 $w_i^{\delta}(x)$
の凸結合であるから、 $g_{\delta}(x)$
) X となるのである。

(Kuratowski 式の写像)

g_{δ} は X の点を X の点へ連続
に写像し、 X がコンパクト
凸集合であるから、ブラウ

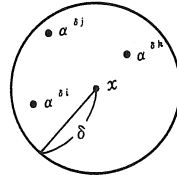
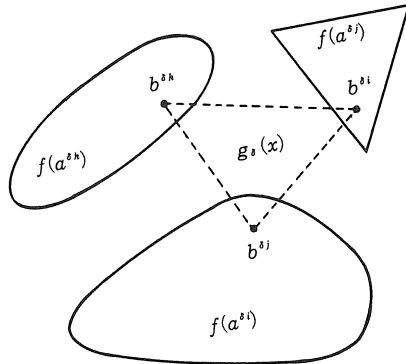
アーの定理により、不動点 $x^{\delta} = g_{\delta}(x^{\delta})$ が存在する。

(c) X はコンパクトであるから、適当な正数列 δ_v ($v \rightarrow \infty$ において $\lim \delta_v = 0$) に対し上式を満たす点 x^{δ_v} が X の点 \hat{x} に収束する。以下、この x が f の不動点 $x \in f(x)$ になることを示す。

イ) f が閉写像であるから、 \hat{x} において上半連続、したがって $f(\hat{x})$ の任意の ε 近傍 $U(f(\hat{x}), \varepsilon)$ に対して、 \hat{x} の δ 近傍 $U(\hat{x}, \delta)$ が存在して、 $x \in U(\hat{x}, \delta)$ ならば、 $f(x) \subset U(f(\hat{x}), \varepsilon)$ となる。

ロ) ついでまず、 v を十分大きくとって $\delta_v < d/2$ および $d(X, x^{\delta_v}) < \delta/2$ がなりたつようにする。前記の $x_{\delta} = g_{\delta}(x^{\delta_v})$ により

$$x^{\delta_v} = g_{\delta_v}(x^{\delta_v}) = \sum w_i^{\delta_v}(x^{\delta_v}) b^{\delta_v i} \quad (i: 1 \rightarrow s_{\delta_v})$$



であるが、 $w_i^{\delta\nu}(x^{\delta\nu}) > 0$ ならば、 $d(\hat{x}^{\delta\nu}, a^{\delta\nu i}) < \delta\nu < \delta/2$ 、従って

$$d(\hat{x}, a^{\delta\nu i}) \leq d(\hat{x}, x^{\delta\nu}) + d(x^{\delta\nu}, a^{\delta\nu i}) < \delta/2 + \delta/2 = \delta$$

すなわち $w_i^{\delta\nu} > 0$ ならば $a^{\delta\nu i} \in U(\hat{x}, \delta)$ であるから、 $b^{\delta\nu i} \in f(a^{\delta\nu i}) \subset U(f(\hat{x}), \epsilon)$ (同じ番号 i に対し)。

従って $x^{\delta\nu}$ は凸集合 $U(f(x), \epsilon)$ 内の点の凸結合となるから、 $x^{\delta\nu} \in U(f(x), \epsilon)$ である。

ここで $\nu \rightarrow \infty$ ならしめれば、 $\hat{x} = \lim_{\nu \rightarrow \infty} x^{\delta\nu} \in U(f(\hat{x}), \epsilon)$ である。この結果は任意の ϵ に対し成立するから

$$d(\hat{x}, U(f(\hat{x}), \epsilon)) = 0 \quad (\text{任意の } \epsilon > 0 \text{ に対して})$$

上式は任意の $\epsilon > 0$ 、 $\epsilon' > 0$ に対して、 $d(\hat{x}, z) < \epsilon'$ 、 $d(z, f(\hat{x})) < \epsilon$ をみたす z が存在することにほかならないから

$$d(\hat{x}, f(\hat{x})) \leq d(\hat{x}, z) + d(z, f(\hat{x})) < \epsilon + \epsilon'$$

(集合 A 、任意の二点 a, b において、任意の ϵ に対して $d(b, x) < d(b, A) + \epsilon$ をみたす $x \in A$ が存在するから、 $d(a, A) \leq d(a, x) \leq d(a, b) + d(b, A) + \epsilon$

ϵ の任意性により $d(a, A) \leq d(a, b) + d(b, A)$ がえられる)

上式において ϵ, ϵ' が任意であるから $d(\hat{x}, f(\hat{x})) = 0$ 、すなわち $\hat{x} \in f(\hat{x})$ 。他方 $f(\hat{x})$ が X の閉集合であるから $f(x) = f(\hat{x})$ ゆえに $\hat{x} \in f(\hat{x}) = f(\hat{x})$ がえられて、角谷定理は証明された。

(角谷定理の応用には写像の合成・直積・一次結合等の写像演算も必要である。

〔Ⅲ X VI〕 均衡の存在

一般均衡については現在同系統のいくつかのモデルが案出されているが、その基本的性格には大差がなく、均衡の存在という事実の背後にある‘からくり’も全く同一である。そこで諸モデルに共通で、しかも均衡存在問題において決定的な役割を演ずる特徴のみをそなえ、他の点では全く自由な解釈を許すような‘抽象的経済モデル’を定式化し、それについての均衡解の存在を証明することが課題である。Arrow と Debreu はゲーム形式の抽象モデルを作ってこ

の目的を達成した。まず、ついでこれとは独立にCaleと二階堂は、伝統的な経済学思想に忠実なモデルを定式化し、不動点定理を適用することを考え、抽象的モデルについてつぎの定理を提起した。

‘Gale・二階堂の定理’：財の種類を n 個とし、価格 $p \in S_n$ の超過供給関数 $\lambda(p)$ が与えられているとする。（超過供給関数とは供給と需要のベクトル差であり） $\lambda(p)$ は次の条件を満足するとする。

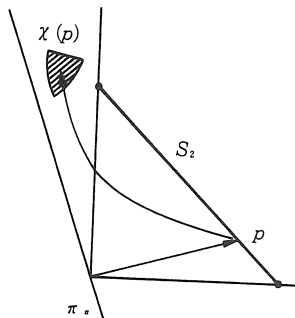
① $p \rightarrow \lambda(p)$ は、 S_n の点に P 集合 Γ の凸部分集合 $\lambda(p) \neq \emptyset$ を対応させる閉写像である。ただし Γ は R^n のある直方体である。

② ‘広義のワルラス法則’が成立する。すなわち $x \in \lambda(p)$ ならば、内積 $(p, x) \geq 0$ が各点 $p \in S_n$ において成立する

以上の仮定の下に、ある適当な価値 $\hat{p} \in S_n$ において $\chi(\hat{p})$ は成分がすべて非負の組 $\hat{x} \geq 0$ を含む。換言すれば $\chi(\hat{p}) \cap R_+^n \neq \emptyset$ になる。（終）（総ての財について超過供給が非負となることは、最も一般的な意味での経済均衡の状態と考えられる）。

（等式 $(p, x) = 0$ ($x \in \lambda(p)$) が恒等的に成立することを一般にワルラス法則とよぶが、広義のワルラス法則はこの等式を不等式におきかえたものである。幾何学的には狭義の場合、方向比が、 $p \in S_n$ である‘超平面’ χ_p の方程式は $(p, x) = 0$ であるから、定理は像集合 $\chi(p)$ がつねに χ_p の非負領域内にあることを意味している。

図は $n=2$ の場合であるが、方向比 p の変化に応じて π_p の非負領域も変化



し、集合 $\chi(p)$ は形を変えながら、この非負領域内を動き回るわけである。もし、 $\chi(p)$ が R_+^n と交わらぬとすれば、集合の変動の範囲は $\pi(p)$ と R_+^n にはさまれた部分に限定される。 $n=2$ の場合には交わらざるをえないことは直感的にも明らかであるが、 $n \geq 3$ の一般の場合には自明ではない。

① まず ‘価格反応関数’ を定義する。これは R^n の任意の点 x と任意の価格 p 、 S^n の組 $[p, x]$ に対してある価格 $q = \theta(p, x)$ を対応させるもので、公式

$$\theta_j(p, x) = \frac{p_j + \max(-x_j, 0)}{1 + \sum \max(-x_s, 0)} \quad \begin{matrix} (j=1, \dots, n) \\ (s=1, \dots, n) \end{matrix}$$

により定義される。

$\theta_j(p, x) \geq 0$, $\sum \theta_j(p, x) = 1$ ($j=1, \dots, n$) が恒等的に成立するから、像 $\theta(p, x)$ はつねに S_n の点になり、また $\theta_j(p, x)$ は $[p, x]$ の連続関数になる。ゆえに、とくに x の動き回る範囲を超直方体 Γ 内に限定することにより、直積 $S_n \times \Gamma$ 上で定義され、 S_n の値をとる一意連続写像

$$[p, x] \rightarrow \theta(p, x) : S_n \times \Gamma \rightarrow S_n$$

をうる。

ところで $\theta(p, x)$ は経済学的には次のように解釈できる。

諸財は市場において価格（交換比率）に従い交換されるが、需給が一致しなければ ‘見えざる手’ のみちびきにより価格変動が、需給が一致するまで継続する。この場合見えざる手に対応するものとして仮想的な交換立合人を想定し、この立合人が指定する価格 p に対し、市場参加者たちがこの価格の下での各自の需給量を叫び、需給が一致しなければ立合人が新価格を指定するという需給調節機構を考えてもよい。上述の $\theta(p, x)$ は現行価格 p と超過供給 x に応じて新価格を指定する一方式と考えられる。

ところで与えられた超過供給関数 $\chi(p) : S_n \rightarrow \Gamma$ と価格反応関数 $[p, x] \rightarrow \theta(p, x)$ を組み合わせて、直積 $S_n \times \Gamma$ の任意の点 $[p, x]$ に、やはり $S_n \times \Gamma$ の集合 $f(p, x)$ を公式 $f(p, x) = \{\theta(p, x) \times \lambda(p)\}$ によって対応づける写像

$$[p, x] \rightarrow f(p, x) : S_n \times \Gamma \rightarrow S_n \times \Gamma$$

をつくる。この写像は角谷の不動点定理の仮定をみたす（証明略）から $S_n \times \Gamma$ 内に不動点 $[\hat{p}, \hat{x}] \in f(\hat{p}, \hat{x})$ が存在する。これは $\hat{p} \in S_n$, $\hat{x} \in \Gamma$ についての関係式

$$\hat{p} = \theta(\hat{p}, \hat{x}) \quad \text{および} \quad \hat{x} = \lambda(\hat{p})$$

にはかならない。さらに $\hat{x} \geq 0$ となる（証明略）

ここで次の点が指摘される。① $\lambda(p)$ が通常の一意連続関数の場合、前記の像 $f(p, x) = \{\theta(p, x)\} \times \lambda(p)$ はつねに一点になり、対応する写像が一意連続関数になるから、Brouer の不動点定理により不動点 $[\hat{p}, \hat{x}] = f(\hat{p}, \hat{x})$ の存在が証明される。② 狭義のワルラス法則を仮定すれば、上記定理の均衡点 x に対して $(\hat{p}, \hat{x}) = 0$ となるから、 $\hat{x}_j \geq 0$ と合わせて考えれば、 $\hat{x}_j > 0$ となっている成分については、 $\hat{p}_j = 0$ 、すなわち自由財の価格は 0 となる。③ $\lambda(p)$ に対し次の条件が成立することが少なくない。すなわち $x \in \lambda(p)$ に対し $p_i = 0$ ならば、第 j 財の需要は少なくとも供給に等しく、従って $x_j \leq 0$ 。

この場合さらに狭義ワルラス法則を仮定すれば、均衡においてあらゆる財について $\hat{x}_j = 0$ となり、需給が完全に均衡するわけである。④ $x \in \lambda(p)$ 、 $p_i = 0$ ならば、必ず $x_i < 0$ となるような $\lambda(p)$ の場合には、均衡価格 \hat{p} は明らかに $\hat{p} > 0$ である。

ここで数学的準備をおわり、一般均衡モデルについて均衡解存在の証明を行う。

(a) 一般均衡モデルにける需給関数 $\phi(p)$ 、 $\psi(p)$ は、任意の価格 $p \geq 0$ に対して定義されている。ところがその定義の方法から、任意の正数 $\lambda > 0$ に対して $\phi(\lambda p) = \phi(p)$ 、 $\psi(\lambda p) = \psi(p)$ が成立する。すなわちこれらの関数は 0 次の斉次関数である。従って均衡モデルで重要なのは諸財の価格 p_j の値自体ではなく、 p_j の比率 $p_1 : \dots : p_n$ である。ゆえにたとえば金のようなひとつの特定財を基準にとり（価値尺度財）、これと他財との交換比率を与えれば、価格体系は実質的に定まる。このような基準化手続きは現実経済においては十分な意味をもつが、理論問題の分析においてはあまり便利ではない。新しい方法として‘各財一単位から成る財の組’ $u = (1, 1, \dots, 1)$ を価値の基準にとり、‘ u の価値が 1 に等しい’ような、すなわち $(p, u) = \sum p_j = 1$ となるような価値体系 p を基準化された価格として採用するのである。（ $p \geq 0$ であり、しかもいかなる財も 0 になる余地をもつ）。

これまで同様に基準化された価格 p の全体を S_n とし、 S_n の点 p で $p > 0$ となるものの全体を S^+ であらわす。

ところでワルラス式モデルの均衡解の存在を示すには、前述の需要関数 $\phi(p)$ 、供給関数 $\psi(p)$ について $\phi(p) \cap \psi(p) \neq \emptyset$ 、あるいは‘超過供給関数’ $\phi(p) - \psi(p)$ が 0 を含むこと ($\phi(p) - \psi(p) \in 0$) を証明すればよい。

超過供給関数 $\lambda(p) = \phi(p) - \psi(p)$ は S_n の点 p に R^n の部分集合 $\lambda(p)$ を対応づける‘点对集合写像’であるが、二階堂はこの関数について重要な性質を列挙する。

まず需給関数の定義に際し使用した超直方体 $E = \{x \mid x \in R^n, c_j \leq x_j \leq d_j, (j=1, \dots, n)\}$ および $E_i = \{x \mid x \in R^n, b^i \leq x \leq h^i, (i=1, \dots, l)\}$ に対してつねに $\psi(p) \subset E_i$, $\phi(p) \subset E_i$ が成立するから

$$\lambda(p) = \alpha + \sum \psi^k(p) - \sum \phi^i(p) \\ \subset \alpha + \underbrace{E + E + \dots + E}_m : -(E_1 + E_2 + \dots + E_l)$$

上式の右辺の集合を含む十分大きな超直方体を Γ とすれば

- (a) $\lambda(p) \subset \Gamma$ が成立する
- (b) $\{\alpha\}$, $\psi^k(p)$, $\phi^i(p)$ はそれぞれ各 $p \in S_n$ に対し、空でない凸集合であるから、一次結合として $\lambda(p)$ は Γ の空でない凸部分集合である
- (c) 需給関数は狭義のワルラス法則をみたすから超過供給関数 $\lambda(p)$ は、 $x \in \lambda(p)$ ならば、 $(p, x) = 0$ (各点 $p \in S_n$ において) を満足する

そこでもし写像 $p \rightarrow \lambda(p) : S_n \rightarrow \Gamma$ が S_n の全域で閉写像であれば、(a), (b), (c) の成立は $\lambda(p)$ が Gale, 二階堂の定理の条件をみたすことになる。したがって写像 $p \rightarrow \lambda(p) : S_n \rightarrow \Gamma$ が S_n の全域で閉写像であれば、(a), (b), (c) の成立は、 $\lambda(p)$ が定理の条件を満たすことを意味する。ゆえに $\lambda(p)$ がある $\hat{p} \in S_n$ において非負の財の組 $\hat{x} \geq 0$ を含み、これから簡単に $\hat{p} > 0$, $\hat{x} = 0$ を導きだすことができる。しかし上式を構成する成分写像‘個別需要関数’ $\phi^i(p)$ の S_n 全域にわたる閉写像性の成立は保証されていないから、その構成について若干の修正が必要である。

(α) 個別供給関数：各個別供給数 $\psi^k(p) = \{y^k \mid y \in Y^k \cap E \text{ のもとに } \max(p, y) = (p, y^k)\} : S_n \rightarrow E$ は閉写像である。

(β) 個別需要関数：消費単位 i の所得は $(p, a^i) + \sum \alpha_{ik} \pi_k(p)$ であるが、 i の選好場 $X_i = b^i + R_+^n$ の b^i を利用して $I_i(p) = (p, a^i - b^i) + \sum \alpha_{ik} \pi_k(p)$ ($i = 1, \dots, l$) とおけば、 $(p, a^i - b^i) \geq 0$, $\pi_k(p) \geq 0$, $\alpha_{ik} \geq 0$ となり、またこれらの関数は p の連続関数であるから $I_i(p)$ はつねに非負の値をとる連続関数である。この $I_i(p)$ を用いて

$\phi^i(p) = \{x^i \mid x^i \in E_i, (p, x - b^i) \leq I_i(p) \text{ の下に } \max u_i(x) = u_i(x^i)\}$ と書き換えられる。ここで各 i について $S_n^i = \{p \mid p \in S_n, I_i(p) > 0\}$ ($i = 1, \dots, l$) とおけば 包含関係 $\tilde{S}_n \subset S_n^i \subset S_n$ が成立する。そうすると

$\beta \cdot 1$ $\phi^i(p)$ は S_n^i 上で閉、すなわち写像 $\phi^i(p) : S_n^i \rightarrow E_i$ は閉である。
(証明略)

$\beta \cdot 2$ 各 $\phi^i(p) : S_n^i \rightarrow E_i$ を S_n 上で定義された $\tilde{\phi}^i(p)$ に‘拡張’し、 $\tilde{\phi}^i(i) : S_n \rightarrow E_i$ が閉写像、かつ各点の像が E_i の凸部分集合になるようにできる。(上記の包含関係から S_n^0, S_n^i はともに S_n において稠密であるから、前掲定理により所要の拡張がえられる)

γ 修正超過供給関数： α, β により、 $\psi^k(p), \tilde{\phi}^i(p)$ は S_n の点 p にそれぞれ、 E, E_i の空でない凸部分集合を対応づけ、かつこの対応が閉であるから、写像の一次集合の結果から‘修正超過供給関数’

$\tilde{\lambda}(p) = a + \sum^m \psi^k(p) - \sum^l \tilde{\phi}^i(p)$ は、 S_n の点 p を Γ の凸部分集合に対応づける閉写像である。

δ ワルラス法則の成立： $\tilde{\lambda}(p)$ は S_n 全域において狭義のワルラス法則をみたすといえる。まず修正前の $\lambda(p)$ についての法則成立の証明を考えれば、結局個別需要関数の像 $\phi^i(p)$ の任意の点 x^i について予算制約式が等号で成立して $(p, x^i) = (p, a^i) + \sum \alpha_{ik} \pi_k(p)$ ($i = 1, \dots, l$) がえられるということであった。

従って $\lambda(p)$ についての法則成立の証明には修正関数 $\tilde{\phi}^i$ について同様な事実が証明されればよい。 S_n^i 上では証明の必要はなく、 $p \in S_n$ でないような点 $p \in S_n$ における予算制約式の等号成立が証明されて、修正関数もワルラス法則をみたすといえる。

以上 $\alpha) \sim \delta)$ の結果により、 $\tilde{\lambda}(p) : S_n \rightarrow \Gamma$ は二階堂定理の仮定をみたすから、ある $\hat{p} \in S_n$ において、 $\tilde{\lambda}(\hat{p})$ は非負のベクトル $\hat{u} \geq 0$ をふくむ。この $\hat{u}, \tilde{\lambda}(\hat{p})$ は $\lambda(\hat{p})$ の定義により

$$0 \leq \hat{u} = \Sigma a^i + \Sigma \bar{y}^k - \Sigma \hat{x}^i, \quad \hat{y}^k \in \phi^k(\hat{p}), \quad \hat{x}^i \in \tilde{\phi}^i(p)$$

の形のベクトル和に分解される。このとき

(イ) $\hat{p} > 0$, 従って $\tilde{\phi}^i(\hat{p}) = \phi^i(\hat{p})$, $\tilde{\lambda}(\hat{p}) = \lambda(\hat{p})$ ($i=1, \dots, l$) (ロ) $\hat{u}=0$ となることを示せば、定理の証明が完了するのである。

(イ) の証明：まず S_n 上いたるところで $\Sigma I_i(p) > 0$ である。(前掲の均衡モデルの仮定 V における \bar{y}^k ($k=1, \dots, m$) に注目して $0 < \Sigma (a^i - b^i) + \Sigma \bar{y}^k$ の成立を知る。 $\bar{y}^k \in E$ (超直方体の作り方から) であるから、 $\pi_k(p) = \max(p, y)$ を考慮して、上式と任意の $p \in S_n$ との内積を作ると

$$0 < \Sigma (p, a^i - b^i) + \Sigma (p, \bar{y}^k) = \Sigma I_i(p) \text{ がえられる}$$

すなわち任意の $p \in S_n$ に対し必ずある消費主体の所得が正、 $I_i(p) > 0$ であり、これは上記の \hat{p} に対しても適用され、価格 \hat{p} の下に正の所得をもつ消費単位を t とすれば $I_t(\hat{p}) > 0$ であるから、 $\hat{p} \in S_n^t$ 。従ってこの t については $\tilde{\phi}^t(\hat{p}) = \phi^t(\hat{p})$, $\hat{x}^t \in \bar{X}^t$ 。もしも $\hat{p} > 0$ でないと、前述のように矛盾を導くので $\hat{p} > 0$ である。従ってまた任意の i について $\hat{p} \in S_n^i$ となり、 $\tilde{\phi}^i(\hat{p})$ がなりたち、 $\tilde{\lambda}(\hat{p}) = \lambda(\hat{p})$ も成立する。

(ロ) の証明： $\lambda(p)$ が狭義のワルラス法則をみたすから $(\hat{p}, \hat{u}) = 0$ 。これと $\hat{p} > 0$, $\hat{u} \geq 0$ から $\hat{u} = 0$ がえられる。