不確実性下の振替価格設定

——RonenとBalachandranのモデルを中心に——

大　野　広　樹

1　はじめに

現代の分権化の進んだ企業では、責任センター間での財やサービスの授受がかなり頻繁かつ日常的に行われている。また、その責任センターおよび管理者の業績を測定するために本部は財務的な業績指標を使用する事が多い。例えば、コストセンターであればそのコストが、利益センターであればその利益が重要な業績指標となるであろう。しかし、そのような財務的な業績指標を採用すると、責任センター間で振替えられる財やサービスの授受に対しても価格（内部振替価格）を付して財務的に認識・測定する必要が生じてくる。たとえ同じ組織に所属するとしても、他の部門への貢献は貢献として評価されなければならないし、他の部門への負担は負担として評価されなければならない。そのために、便宜的に組織内部の取引に対しても価格（内部振替価格）を付してその成果を業績指標へ取り込む必要がでてくるという訳である。しかし、その内部振替価格によって当該責任センターの業績指標が影響される事を考えれば、適切な振替価格設定が重要な問題となるのは明らかであろう。

例えば、振替価格設定の重要性を示すために垂直統合された組織を考えてみよう。垂直統合の組織形態を持つ企業ではいわゆる“川上”に属する部門から“川下”の部門へと財が受け渡されて行くのが常態であって、それが組織としてのメリットであると考えられる。また、そのようなメリットを享受すべく企業の所有者はその組織形態を選択したのであろう。しかし、そのような責任センター間での財やサービスを通じた相互依存関係が存在するとき、各々の責任センターの業績を独立的に評価するのは大変困難な仕事になる。他の責任

センターの影響により当該責任センターの業績指標が歪められているかもしれないからである。さらに、その様な歪みが大きいとき、その責任センターは内部取引をするインセンティブ（誘因）を失ってしまうようなケースもあるかもしれない。“川上”から“川下”へという相互依存関係が組織全体としてのメリットであるにもかかわらず、責任センターからみればそれが管理可能性の原則を無視した業績評価を強制されることになり、内部取引に関してのインセンティブを失いかねない危険がある事をこのことは意味している。よって、振替価格設定にあたりこうしたインセンティブ問題も考慮しなければならないであろう。

また、特に内部振替価格が設定されている場合、“川上”にあたる事業部にとってこの内部取引は内部振替価格での販売活動であり、“川下”の事業部にとっては購買活動である。が、同じ組織の一部分にすぎない両者が近視眼的に「自事業部の業績指標の最適化」のみを目指すことが全社的な利益につながるかどうかは、「自事業部の業績指標の最適化」が「全社的な利益の最大化」に直結しているかどうか、すなわち目標の適合性（Goal Congruence）が達成されているかどうか、にかかってくる。結局、振替価格設定にあたり内部取引に関する目標適合性をいかに達成するかという問題も考慮しなければならないであろう。すなわち、各責任センターに意思決定権限を委譲しながらも全社的な視点に立った（もしくは、それにできる限り近いような）内部取引を自動的に実行する振替価格設定のメカニズムとはどういうものかを考える必要性もあるのである。

以上のように振替価格問題は組織内部の問題であり、組織に固有な様々な要因を反映している。そこで、そのような振替価格問題へのひとつのアプローチとして、本稿ではRonen and Balachandran（1988）とBalachandran and Ronen（1989）のモデルを取り上げて振替価格設定の問題について考える。(1) エージェントに適切なインセンティブを与え、同時に (2) 生産意思決定に関する目的適合性も可能な限り達成する、というメカニズムとしての振替価格問題を議論していく。具体的には、プリンシパル（本部）がエージェント

（責任センター）に生産意思決定のすべてを委託し、プリンシパルとエージェントの間に生産性のパラメータおよびエージェントの行動に関しての情報非対称性が存在している状況を分析する。生産性のパラメータは、エージェントには管理不可能な不確実要因としてモデル化されている（この生産性のパラメータが「不確実性下の振替価格設定」という本稿タイトルの由縁である）。また、彼らのいう情報非対称性とはプリンシパルとエージェント間でのコミュニケーションが完全にブロックされている状況となっている。本稿は彼らのモデルに対して数値例を導入しながら情報非対称性下での最適な振替価格設定の特徴づけを行なうこと[1]を主目的とする。

2　モデル

2・1　表記法

以下でQは生産数量、ξは最も効率的に生産が行われた時の製造費用、μは実際製造費用を示す。また、δ（$=\mu-\xi$）でエージェントの怠慢度をあらわす。この怠慢から$V(\delta)$という効用をエージェントは受けるものとする。さらに、金銭報酬（s）からは、$U(s)$という効用を受けるものとする。つまり、エージェントは金銭報酬を受けるという事と仕事をさぼるという事の両者から効用を受けるという設定になっている。さらに、最も効率的な生産が行われた時の製品一単位あたりの製造費用は確率変数（ω）であり、fという確率密度関数に従うものとする。結局、前述のξは$\omega \cdot Q$で表現できる。そして、プリンシパルはQを外部へ販売し、$R(Q)$という関数にしたがって収益を受け取る。また、プレンシパルの効用を以下でΠで表わす事にする。

エージェントはωという生産性のパラメータを観察した後でQに関しての意思決定をする。生産意思決定の権限はエージェントに委譲されているのである。ωとδはエージェントには観察可能であるが、プリンシパルにとっては事前・事後の両時点どちらにおいても観察不可能とする。（このエージェントとプリンシパルの間での情報非対称性がファースト・ベスト解を達成不可能にする原因である。）プリンシパルは$\Theta(Q)$という関数に基づきエージェントに支払い

をする。そして、エージェントは$\Theta(Q)$の中から自分で製造費用を支払い、残りを自分の報酬として受け取る。つまり、$\Theta(Q)$はプリンシパルの支払額の全額を表わし、$\frac{\Theta(Q)}{Q}$が振替価格を表わすことになる。また、プリンシパルによる支払額（Θ）はエージェントへの金銭報酬（s）とエージェントの怠慢（δ）、効率的製造コスト（ξ）の和（$\Theta = s + \delta + \xi$）になっている。さらに、プリンシパルにとってはエージェントの行動と私的情報の両方を観察できないわけであるから、本モデルはモラル・ハザード（道徳障害）とアドバース・セレクション（逆選択）の両方の特性を併せ持ったものといえる。

2・2　問題の定式化

プリンシパルの問題は以下のようになる。

$$\max \int \Pi(Q(\omega), \Theta(Q)) f(\omega) d\omega, \tag{1}$$

Subject to:

$$\int \psi\{\omega, \Theta(Q), Q(\omega)\} f(\omega) d\omega \geqq K \tag{2}$$

$$Q(\omega) \in arg.\max \psi\{\omega, \Theta(Q), Q(\omega)\}, \quad \forall \omega, \Theta; \tag{3}$$

(2) は参加条件式で、Kはエージェントが市場において他のプリンシパルとの契約から得られる留保効用を示す。当然、この留保効用を下回るような契約をプリンシパルが提示すればエージェントの参加は望めないであろう。よって、エージェントの期待効用は常にK以上でなければならない。(3) は自己選抜の条件式であり、エージェントは自分にとって最適な生産意思決定をすることを意味している。ここで、(2) と (3) の中のψは以下の最大化問題をΘを所与として得られるエージェントの効用をあらわしてしている。

$$\max U(s) + V(\delta) = \max U(s) + V(\Theta - \xi - s)$$

すなわち、上式を最大化するための必要条件[2]は

$$U'(s^*) - V'(\Theta - \xi - s^*) = 0$$

$$\mathrm{U}'(\mathrm{s}^*) = \mathrm{V}'(\delta^*) \tag{4}$$

となる。結局、エージェントの効用関数は以下のようになる。

$$\psi\{\omega, \Theta(Q), Q(\omega)\} = U(s^*) + V(\delta^*)$$

エージェントは金銭報酬からの効用と怠慢からのそれをうまくバランスさせて

自己の効用の最大化を図る事がわかる。つまり、一階微分条件に基づき金銭報酬からの効用と怠慢からの効用間で最適な配分を行なう結果になっている。このψを、これ以降の便宜上、エージェントの最適配分効用関数と呼ぶ事にする。

3　プリンシパルとエージェントの最大化問題

3・1　エージェントの問題

エージェントの効用関数を以下のように仮定する。

$$U(s)=\begin{cases}\frac{s(\Theta,Q,\omega)^{1-a}}{1-a}, & \mathrm{if} a\neq 1\\ log s, & \mathrm{if} a=1\end{cases}$$

$$V(\delta)=\begin{cases}\frac{h\delta(\Theta,Q,\omega)^{1-b}}{1-b}, & \mathrm{if} b\neq 1\\ log\,\delta, & \mathrm{if} b=1.\end{cases}$$

ここで、hは怠慢から受ける効用の金銭報酬からのそれに対するウエイトである。よって、hは典型的には1以外の正の数と仮定する。

上記効用関数の相対的リスク回避度はそれぞれ

$$a=\frac{-sU''(s)}{U'(s)},\qquad b=\frac{-\delta V''(\delta)}{V'(\delta)}$$

となる。エージェントの問題は、報酬関数－Θ (Q)－を所与とした場合、(Θ－ξ) をsとδに最適に配分する事である。この最適性の一階微分条件は (4) であったから上で特定化した効用関数 $(a, b\neq 1)$ を代入すると、

$$(s^*)^{-a}=h(\delta^*)^{-b}$$

を得る。つまり、$\delta^*=h^{\frac{1}{b}}(s^*)^{\frac{a}{b}}$である。以上より以下を得る。

$$s^*+h^{\frac{1}{b}}(s^*)^{\frac{a}{b}}=(\Theta-\xi). \tag{5}$$

また、(5) 式の両辺をQで微分すると

$$\frac{ds^*}{dQ}=\frac{\Theta'(Q)-\omega}{1+\frac{a}{b}(h)^{\frac{1}{b}}s^{*\frac{a-b}{b}}}.$$

を得る。さらに、$(\delta=\Theta-\xi-s)$ であるから、この両辺をQで微分すると

$$\frac{d\delta}{dQ}=\Theta'-\omega-\frac{ds}{dQ}.$$

という関係が得られる。これらを援用してψという関数の特徴を表現すると以

下のようになる。

$$\frac{d\psi}{dQ}=s^{-a}\frac{ds}{dQ}+h\delta^{-b}\frac{d\delta}{dQ} \tag{6}$$

$$=s^{-a}(\Theta'-\omega). \tag{7}$$

3・2　プリンシパルの問題

プリンシパルは残余請求者であるので、その受け取る利益はτ(Q)＝R(Q)－Θ(Q)である。また、プリンシパルの効用関数を以下のように仮定する。

$$\Pi(Q,\Theta)=\frac{\tau^{1-d}}{1-d},\qquad \tau>0.$$

プリンシパルの最大化問題（(1)－(3)）は以下のような定式化になる。

$$\max\int_{\Theta,Q,S}\frac{\tau^{1-d}}{1-d}f(\omega)d\omega, \tag{8}$$

subject to:

$$\int\psi(\omega,\Theta,Q)f(\omega)d\omega\geqq K, \tag{9}$$

and

$$Q(\omega)\in arg.max.\psi(\omega,\Theta,Q)\qquad\forall\omega,\Theta \tag{10}$$

エージェントは生産数量－Q－を(10)が満足させられるように選ぶ。すなわち、自分にとっての最適なQを選ぶべく、$\frac{d\psi}{dQ}$をゼロに等しく設定する。そのように設定されたQをQ^*と表わす事にすると（7）よりQ^*は以下のように特徴づけられる。

$$\Theta'(Q^*)=\omega,\qquad\forall\omega,\Theta. \tag{11}$$

これはエージェントの限界収入が製品一単位あたりの製造費用に等しくなる点で生産数量が決定されるという一階微分条件[3]である。また、$\Theta'(Q)=\omega$であるから$\frac{ds}{dQ}$と$\frac{d\delta}{dQ}$は共にゼロである事が確認できる。さらに、Θが所与の場合、最適な生産数量（Q^*）はωに単調減少する関数[4]になっている。よって、このωとQとの関係を表現するため$G(Q)=\omega$という関数をこれ以後使うことにする。

4　分析

4・1　最適条件

報酬関数（Θ）と製造数量（Q）に関しての最適解は以下のような条件を満足

している。

$$\frac{\Pi\tau}{\phi_s}=\frac{s^a}{\tau^d}=\alpha+\frac{s^a}{\Theta''\tau^d}\left[\tau''-\frac{(\tau')^2 d}{\tau}+\frac{\tau'}{f(G(Q^*))}\frac{df(G(Q^*))}{dQ^*}\right]. \tag{12}$$

$$\int\psi(\omega,\Theta,Q^*)f(\omega)d\omega=K. \tag{13}$$

$$\Theta'=\omega \quad \text{and} \quad \Theta''<0. \tag{14}$$

(12) は、プリンシパルとエージェントの限界効用の比はラグランジュ乗数のみからなる固定的な部分[5]と効用関数の特性、撹乱項の分布特性、そして収益関数の特性により決定される変動的な部分のふたつからなることを示している。これはHolmstrom (1979) の最適リスクシェアリングの分布に同様な結果[6]である。また、(13) は参加条件がこの場合は等号[7]で成立している事を示し、(14) はエージェントの生産数量の決定が彼もしくは彼女にとって最適である事を示す条件である。これらの3条件が満たされている時のみプリンシパルの最大化問題に最適解を与えているのである。

4・2　最適条件の導出過程

Ronen and Balachandran (1988) では、最適条件 (12) の導出のためにΘを摂動させ、*Euler*の等式を導きながらその必要条件を求めている。が、本稿では*Euler-Lagrange* の等式を使ってこの最適化のための必要条件を導く。

(8) の汎関数をF、(9) の左辺の汎関数をGとし、$F_{\Theta'}, G_{\Theta'}$はΘ'に関しての導関数$F_{\Theta'}, G_{\Theta'}$はΘ'に関しての導関数をあらわすことにする。また、αはラングランジュ乗数であり、*Euler-Lagrange*の等式のなかでは定数となる。*Euler-Lagrange*の等式より最大化のためには以下の必要条件が満たされなければならない。

$$F_\Theta-\alpha\cdot G_\Theta-\frac{d}{dQ}(F_{\Theta'}-\alpha\cdot G_{\Theta'})=0$$

さらに、それぞれの項を求めると以下になる。

$$F_\Theta=\tau^{-d}\cdot(-1)\cdot f(\omega),$$

$$G_\Theta=\{s^{-a}\cdot s_1+h\cdot\delta^{-b}\cdot\delta_1\}f(\omega),$$

$$F_{\Theta'=\omega}=\tau^{-d}\tau'\cdot Q_\omega f(\omega)+\frac{\tau^{1-d}}{1-d}f'(\omega),$$

$$G_{\Theta'=\omega}=\{s^{-a}(s_1Q_\omega+s_2Q_\omega+s_3)+h\cdot\delta^{-b}(\delta_1Q_\omega+\delta_2Q_\omega+\delta_3)\}f(\omega)+\left\{\frac{s^{1-a}}{1-a}+\frac{h\delta^{1-b}}{1-b}\right\}f'(\omega).$$

それぞれの項を代入して整理をすると*Euler-Lagrange*の等式は以下のようになる。

$$-\tau^{-d}f(\omega)-\alpha\left[\left\{s^{-a}\cdot s_1+h\cdot\delta^{-b}\cdot\delta_1\right\}f(\omega)\right]-\frac{d}{dQ}\left\{\tau^{-d}\tau'\cdot Q_\omega f(\omega)+\frac{\tau^{1-d}}{1-d}f'(\omega)-\alpha\left[\left\{s^{-a}(s_1Q_\omega+s_2Q_\omega+s_3)+h\cdot\delta^{-b}(\delta_1Q_\omega+\delta_2Q_\omega+\delta_3)\right\}f(\omega)+\left\{\frac{s^{1-a}}{1-a}+\frac{h\delta^{1-b}}{1-b}\right\}f'(\omega)\right]\right\}=0$$

ここで、s_1とδ_1はsとδのΘに関しての導関数、s_2とδ_2はそれらのQに関しての導関数をあらわしている。さらに、$h\delta^{-b}=s^{-a}$, $s+\delta=(\Theta-\omega Q)$, $s_1+\delta_1=1$, $s_2+\delta_2=-\omega=-\Theta'$, $Q_\omega=\frac{1}{\Theta''}$, $\frac{d\omega}{dQ^*}=\frac{d^2\Theta}{dQ^{*2}}=G'(Q^*)$という前述の結果を上式に代入し整理すると以下を得る。

$$-(\tau^{-d}+\alpha s^{-a})f(\omega)-\left\{\frac{-d\tau^{-d}}{\tau}(\tau')^2\frac{1}{\Theta''}f(\omega)+\tau^{-d}\tau''\frac{1}{\Theta''}f(\omega)+\tau^{-d}\tau'\frac{1}{\Theta''}\frac{df(\omega)}{dQ^*}+\alpha s^{-a}f(\omega)\right\}=0$$

これを整理すると、

$$\frac{\tau^{-d}}{s^{-a}}=\alpha+\frac{s^a\tau^{-d}}{\Theta''}\left[\tau''-\frac{(\tau')^2d}{\tau}+\frac{\tau'}{f(G(Q^*))}\cdot\frac{df(G(Q^*))}{dQ^*}\right]$$

となり、(12) が導出できた。

5 モデルの単純化と数値例

さて、これまでに得られた一般的な議論を簡単にし、具体的なモデルのインプリケーション（含意）を引き出すために (1) 効用関数の特性、(2) 撹乱項の分布、および (3) 収益関数についてさらに仮定を設けて検討しよう。

5・1 モデルの単純化

5・1・1 効用関数の特定

以下でプリンシパルはリスク中立的 ($d=0$)、エージェントは金銭報酬 (s) についてのみリスク中立的 ($a=0$) とする。すると、(4) の一階微分条件式は以下のようになる。

$$U'(s^*)=V'(\delta^*)$$

$$1 = h\delta^{*(-b)}$$
$$\delta^* = h^{\frac{1}{b}}$$

さらに、最適配分効用関数 (ψ) は以下のように表現できる。

$$\psi = (\Theta - \omega Q + \beta)$$

ここで、β は $\frac{b \cdot h^{\frac{1}{b}}}{1-b}$ で、エージェントの δ に対する相対的リスク回避度に応じて発生してくる効用の増分ないし減分であり、以下の計算により得られる。

$$\beta = \frac{h \cdot \delta^{*(1-b)}}{1-b} - \delta^* = \frac{h \cdot (h^{\frac{1}{b}})^{(1-b)}}{1-b} - \frac{(1-b)h^{\frac{1}{b}}}{1-b} = \frac{b \cdot h^{\frac{1}{b}}}{1-b}$$

(12) に $a=d=0$ を代入し整理すると以下を得る。

$$\tau'' = (1-\alpha)\Theta''$$
$$\Downarrow$$
$$R'' + \Theta'' = (1-\alpha)\Theta''$$
$$\Downarrow$$
$$\Theta'' = \frac{R''}{2-\alpha}$$

上記の式を積分し Θ を導くと以下になる。なお、C_1, C_2 はそれぞれ一回目、二回目の積分計算の際の積分定数である。

$$\Theta(Q^*) = \frac{R(Q^*) - C_1 Q^* - C_2}{2-\alpha}$$

まず、C_2 の特定をするため、端点の条件を使う。全く製品を生産しなかった時 ($Q^*=0$) に対応する報酬はゼロ ($\Theta(Q^*)=0$) であるから、上式にそれらを代入すると $C_2=0$ を得る。次に、(11) の条件を使って C_1 が最適配分効用関数より消去される事を示す。

$$\begin{aligned}\psi &= \Theta - \omega Q^* + \beta \\ &= \frac{R(Q^*) - C_1 Q^*}{2-\alpha} - \frac{R' - C_1}{2-\alpha} Q^* + \beta \\ &= \frac{R(Q^*) - R' \cdot Q^*}{2-\alpha} + \beta\end{aligned}$$

5・1・2　撹乱項の特定

撹乱項 (ω) の範囲を $[0, \omega_m]$ に限定し、その区間で一様分布をする ($f(\omega) = \frac{1}{\omega_m}$) と仮定しよう。この仮定により参加条件式 (13) を以下のように書き換え

ることができる。

$$\int_0^{\omega_m} \phi(G(Q^*),\Theta,Q^*)\frac{1}{\omega_m}d\omega = K.$$

前述のようにQはωに単調に減少する。すなわち、$\omega=0$の時、生産数量は最大（$Q^*=Q_M$）になり、$\omega=\omega_m$の時、生産数量は最小（$Q^*=0$）になるから上式は以下のようになる。

$$\int_{QM}^{0} \phi(G(Q^*),\Theta,Q^*)\frac{G'(Q^*)}{\omega_m}dQ^* = K.$$

ここで、$d\omega=G'((Q^*))dQ^*$を代入している。また、$\Theta=\omega=G(Q^*)=\frac{R'-C_1}{2-\alpha}$である。よって、$G'(Q^*)=\frac{R''}{2-\alpha}$となる。ここで、$C_1$について解いておこう。$\omega=0$の時$Q^*=Q_M$であり、この一階微分条件は$R'(Q_M)=0$である。さらに、$\Theta'=\frac{R'-C_1}{2-\alpha}=0$（$=\omega$）であるから$C_1=R'(Q_M)=0$となる。

5・1・3　収益関数の特定

ある正の数（x）を使って収益関数（$R(Q^*)$）を（$x-Q^*$）Q^*と特定すれば、一階微分条件から$R'(Q_M)=x-2Q_M=0$を導くことができる。故に、報酬関数は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}\Theta(Q^*) &= \frac{R(Q^*)-C_1Q^*}{2-\alpha}\\ &= \frac{(x-Q^*)Q^*}{2-\alpha}\\ &= \frac{2Q_MQ^*-Q^{*2}}{2-\alpha}\end{aligned} \qquad (15)$$

ここで、報酬関数の最適性条件（11）を使うとエージェントにとって最適なQ^*の選択について以下の定式[8]を得る。

$$Q^*=-\frac{(2-\alpha)\omega}{2}+Q_M, \qquad \forall\,\omega.$$

また、$\omega=\omega_m$の時、生産数量は最小（$Q^*=0$）になるから上式に代入すると以下の関係を得る。

$$\omega_m=\frac{2Q_M}{2-\alpha}.$$

以上の結果を使って、（15）を再度書き直してみよう。

$$\Theta(Q^*)=\frac{2Q_MQ^*-Q^{*2}}{2-\alpha}=Q^*\omega_m-\frac{Q^{*2}}{2-\alpha}=Q^*\omega_m-\frac{Q^{*2}\omega_m^2}{12(K-\beta)}.$$

ここで、$K-\beta=\frac{(2-\alpha)\omega_m^2}{12}$という関係[9]を使った。

5・2　数値例—ファースト・ベスト解とセカンド・ベスト解の比較

以上までの議論はエージェントにすべての生産意思決定が委譲され（権限委譲）、エージェントの持つ私的情報はプリンシパルに一切明らかにされない（私的情報ブロック）という場合（セカンド・ベスト）であった。では、プリンシパルがすべての生産意思決定を自分自身で行い、私的情報もすべて明らかにされる場合（ファースト・ベスト）と比較した場合どの程度の差が発生しているのだろうか。数値例を導入し、これを明らかにするのが本章の目的である。

以下のように各変数に対して数値を与えておく。

K＝200,	b＝0.5,	a＝d＝0,	x＝50,
h＝2,	Q_M＝25,	β＝4,	$K-\beta$＝196.

また、上の数値を代入するとωの範囲が以下のように特定される。

$$\omega=[0,47.04].$$

以下でωの特定の値が必要な時はω＝15として数値例を示す。

5・2・1　ファースト・ベスト解

まず、ファースト・ベストの場合について解いていく。プリンシパル自らが生産意思決定を行なうのであるから、生産数量は自分自身の効用（Π）を最大にするように設定されるであろう。よって、生産性のパラメータ（ω）を観察した後、以下のように最適生産数量（Q_C）が決定される。

$$\begin{aligned}\frac{d\Pi(Q,\Theta)}{dQ}&=\frac{d\tau}{dQ}\\&=x-2Qc-\Theta'(=0)\end{aligned}\qquad(16)$$

$$Qc=\frac{x}{2}-\frac{\omega}{2}$$

数値例ではQc＝17.5となる。

次に、エージェント——ファースト・ベストのケースではプリンシパルと同

一人物ないしプリンシパルに無条件に忠実な人物——に対する報酬関数（Θc）について考える。(16) を援用すると以下のような表現を得る事ができる。

$$\begin{aligned}(\psi c=)\,\Theta c-\omega Qc+\beta &= K\\ \Theta c &= \omega Qc+K-\beta\\ &= (x-2Qc)\,Qc+K-\beta\end{aligned}$$

数値例ではΘc＝458.5、ψc＝200となる。製造費用を支払った後、エージェントの手元に残る現金（以下、Ac、現金報酬額と呼ぶ）は$Ac=\Theta c-\omega Qc$と表現できる。Qcはプリンシパルから事前に指示されており、ωについても事前にプリンシパルが観察しているからエージェントの現金報酬額（Ac）は$K-\beta$（＝196）で固定給となる。また、繰り返しになるが、ωは観察済みであるのでエージェントの現金報酬額のなかに不確実に変動する要因はない。よって、エージェントの期待現金報酬額も$K-\beta$（＝196）で表現され、エージェントの効用は常に留保効用に等しいレベルに決まる。

さらに、ファースト・ベストのケースではプリンシパルはエージェントに対して製造費用と報酬額とを別々に分けて支払う事が可能である。よって、ωが所与で、エージェントに対する報酬と製造費用を支払った後のプリンシパルの現金受領額－$\tau(Qc)$－は以下のようになる。

$$\begin{aligned}\tau(Qc) &= R(Qc)-Ac-\omega Qc\\ &= \left(\frac{x}{2}-\frac{\omega}{2}\right)^2-(K-\beta)\\ &= Q^2c-(K-\beta)\end{aligned}$$

数値例では$\tau(Qc)=110.25$となる。また、この期待値[10]－$E(\tau(Qc))$－は以下のようになる。(C_xは積分定数をあらわす)

$$\begin{aligned}E(\tau(Qc)) &= \int_0^{\omega_m}\left\{\left(\frac{x}{2}-\frac{\omega}{2}\right)^2\right\}f(\omega)d\omega-(K-\beta)\\ &= \left\{\frac{x^2\omega-x\omega+\frac{1}{3}\omega^3}{4}+c_x\right\}\frac{1}{\omega_m}\Bigg|_0^{\omega_m}-(K-\beta)\\ &= \left\{\frac{x^2\omega_m-x\omega_m^2+\frac{1}{3}\omega^3}{4}\right\}\frac{1}{\omega_m}-(K-\beta)\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{12}\{3x^2-3x\omega_m+\omega_m^2\}-(K-\beta)$$

数値例では$E(\tau(Qc))$＝25.3968となる。また、このケースでの振替価格－$Tc(Qc)$－は以下のようになる。

$$\begin{aligned} Tc(Qc) &= \frac{\Theta(Qc)}{Qc} \\ &= \frac{K-\beta}{Qc}+(x-2Qc) \end{aligned}$$

数値例では$Tc(Qc)$＝26.2となる。

5・2・2 セカンド・ベスト解

セカンド・ベストのケースについて数値例を解いてみよう。

エージェントがωを観察した状態での生産数量は（11）に基づいて決定される。一階微分条件により、

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta(Q^*)}{dQ^*} &= \omega_m-\frac{2Q^*\omega_m^2}{12(K-\beta)}=\omega, \\ Q^* &= \frac{6(K-\beta)}{\omega_m^2}(\omega_m-\omega). \end{aligned}$$

数値例では$Q^*\approx 17.028 < Qc$となる。エージェントの現金受領額－$A(Q^*)$－は、

$$\begin{aligned} A(Q^*) &= \Theta(Q^*)-\omega Q^* \\ &= Q^*\omega_M-\frac{Q^{*2}\omega_M^2}{12(K-\beta)}-Q^*\omega \\ &= \frac{6(K-\beta)}{\omega_m^2}(\omega_m-\omega)^2-\frac{\left[\frac{6(K-\beta)}{\omega_m^2}(\omega_m-\omega)\right]^2\omega^2}{12(K-\beta)} \\ &= \frac{Q^{*2}\omega_m^2}{12(K-\beta)}. \end{aligned}$$

となる。数値例では$A(Q^*)\approx 272.789 > A(Qc)$となる。また、この結果よりエージェントの報酬の期待値が以下のように求められる。

$$\begin{aligned} E(A) &= \int_0^{\omega m}\frac{Q^{*2}\omega_m}{12(K-\beta)}f(\omega)d\omega \\ &= \int_{QM}^{0}\frac{Q^{*2}\omega_m}{12(K-\beta)}\frac{G'(Q^*)}{\omega_m}dQ^* \\ &= \left[\frac{(2-\alpha)\omega_m^2}{12}\right]^2\cdot\frac{1}{K-\beta} \\ &= K-\beta \end{aligned}$$

数値例では$E(A(Q^*))=196=E(A(Qc))$ となる。エージェントの効用は以下のようになる。

$$\psi(Q^*)=\Theta(Q^*)-\omega Q^*+\beta=A(Q^*)+\beta.$$

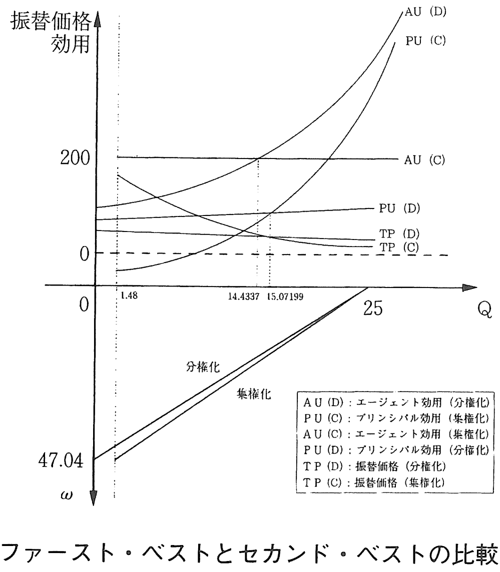
数値例では$\psi(Q^*)\approx 276.7895>\psi(Qc)$となる。プリンシパルの現金受領額－$\tau^*$－は以下のようになる。

$$\begin{aligned}\tau^* &= R(Q^*)-\Theta(Q^*)\\ &= (x-\omega_m)Q^*-\frac{Q^{*2}[12(K-\beta)-\omega_m^2]}{12(K-\beta)}\end{aligned}$$

数値例では$\tau^*\approx 33.2377<\tau(Qc)$ となる。その期待値（$E(\tau)$）は以下のようになる。

$$E(\tau)=\int_0^{\omega m}\left\{(x-\omega_m)Q^*-\frac{Q^{*2}[12(K-\beta)-\omega_m^2]}{12(K-\beta)}\right\}f(\omega)d\omega$$

図1：生産数量と効用、振替価格



5・2・3　ファースト・ベストとセカンド・ベストの比較

生産数量は集権化のケースが常に分権化のそれを上回るか、少なくともそれと同レベルを達成している。表1には$\omega=15$のときの数値のみが示されているが、すべてのωについてこれは成立する（図1参照)。が、この生産数量の差

表１：エージェントに関する比較

比較対象変数	セカンド・ベスト（分権化）	ファースト・ベスト（集権化）
生産数量（$\omega=15$）	$Q^*=\frac{6(K-\beta)}{\omega_m^2}(\omega_m-\omega)\approx 17.028$	$Qc=\frac{x}{2}-\frac{\omega}{2}=17.5$
現金報酬額（$\omega=15$）	$A(Q^*)=\frac{Q^{*2}\omega_m^2}{12(K-\beta)}\approx 272.789$	$Ac=K-\beta=196$
期待現金報酬額	$E(A^*)=K-\beta=196$	$E(Ac)=K-\beta=196$
効用（$\omega=15$）	$\psi(Q^*)=A(Q^*)+\beta\approx 276.7895$	$\psi(Qc)=K=200$

表２：プリンシパルに関する比較

比較対象変数	セカンド・ベスト（分権化）	ファースト・ベスト（集権化）
生産数量（$\omega\cdot Q$）	255.421	262.5
現金受領額（$\omega=15$）	$\tau^*=(x-\omega_m)Q^*-\frac{Q^{*2}[12(K-\beta)-\omega_m^2]}{12-(K-\beta)}$ ≈ 33.2377	$\tau(Qc)=Q^2c-(K-\beta)$ $=110.25$
期待現金受領額	$E(\tau^*)=\left\{x-\omega_m-\frac{12(K-\beta)-\omega_m^2}{3\omega_m}\frac{3(K-\beta)}{\omega_m}\right\}$ ≈ 24.6667	$E(\tau(Qc))=\frac{1}{12}\{3x^2-3x\omega_m+$ $\omega^2m\}-(K-\beta)=25.3968$
振替価格（$\omega=15$）	$T_D(Q^*)=\omega_m-\frac{Q^*\omega_m^2}{12(K-\beta)}=31.02$	$Tc(Qc)=\frac{K-\beta}{Qc}+(x-2Qc)$ $=26.2$

（$\mathcal{D}_Q$）はxの大きさにより変動する[12]。また、参加条件が等号で成立する条件として$x\geq 2Q^*-\omega$が与えられているのでxは下から制限された値をとるにすぎない。数値例ではxのとり得る最小の値は48.497423…で、このときすべてのωで$x=2Q^*-\omega$が成立し、$Q^*=Qc$となる。さらに、$x>48.497423\cdots$のとき、すべてのωで$x>2Q^*-\omega$が成立し、$Q^*<Qc$となる。

エージェントの効用は分権化のケースのほうが臨界値（$Q=14.4337\cdots$）以下のとき小さく、それ以上のとき大きくなっている。反対に、プリンシパルの効用は分権化のケースのほうが臨界値（$Q=15.07199\cdots$）以下のとき大きく、それ以上のとき小さくなっている。さらに、集権化のケースではエージェントの効用はQに対し無変動（一定値）をとっているが、プリンシパルの効用はQの変化に対し逓増的に増加[13]している。分権化のケースでは、集権化のケースとはほぼ反対に、エージェントの効用はQに対し逓増的に増加している[14]が、プリンシパルの効用はQの変化に対し逓減的に増加している[15]。プリンシパル

の立場からみると、小さなωが観察されたときには大きなQをエージェントに生産してもらうことが望ましい。しかし、分権化のケースではエージェントがωに関する私的情報を独占しており、その動機づけのためにはより大きなコストがかかる。一方、集権化のケースでは分権化のような情報非対称性は存在しないためエージェントに留保効用を保証すればどのようなQも実行可能であろう（この私的情報に関する設定が両体制の唯一の違いであった）。この違いが集権化のケースではプリンシパルがQに逓増的に効用を増やし、分権化のケースではエージェントが逓増的に効用を増やすのが最適解とするのである。

これに関連づけると、集権化と分権化の振替価格がある点（$Q=15.0719\cdots$）で逆転するという含意も理解できるであろう。集権化のケースではどのω―すなわち、どのQ―が実現しようともエージェントに対し留保効用を保証しなければならない。よって、大きなω―小さなQ―のときには振替価格を高く設定しなければならず、小さなω―大きなQ―のときには低く設定できる。他方、分権化のケースではωに関する情報は一切明らかにされないのでプリンシパルとしては期待値が留保効用を満足する程度の変動幅の小さい振替価格設定をせざるを得ない。

また、プリンシパルの期待効用は集権化のほうが高くなっている。これは集権化の優越を示しており、完全情報収集のコストがこの両者の期待効用の差と比較検討される必要があることを示している。

6　まとめにかえて

本稿では、Ronen and Balachandran（1988）とBalachandran and Ronen（1989）のモデルに数値例を導入しながら、情報非対称性が存在し、製品一単位あたり生産費用が不確実な場合の最適振替価格設定について、エージェンシー理論により分析をすすめてきた。また、ファースト・ベスト（集権化）のケースとセカンド・ベスト（分権化）のケースの比較検討も行なった。結局、セカンド・ベストの振替価格はQに減少する関数となっていた。

文献

Balachandran, K. R. and Ronen, J. (1989). Incentive contracts when production is subcontracted. *European Journal of Operational Research* 169－185.

Grossman, S. J. and Hart, O. D. (1983). An analysis of the principal-agent problem. *Econometrica* 7－45.

Holmstrom, B. (1979). Moral hazard and observability. *Bell Journal of Economics* 74－91.

石塚博司 外 (1985). 意思決定の財務情報分析 (国元書房).

Li, H. (1990). Ph. D. Thesis, New York University.

Ronen, J. (1992). Transfer pricing reconsidered. *Journal of Public Economics* 125－136.

Ronen, J. and Balachandran, K. R. (1988). An approach to transfer pricing under uncertainty. *Journal of Accounting Research* 300－314.

Ronen, J. and Mckinney, G. (1970). Transfer pricing for divisional autonomy. *Journal of Accounting Research* 99－112.

佐々木宏夫 (1991). 情報の経済学 (日本評論社).

佐藤紘光 (1991). 情報非対称性と最適インセンティブ契約. 会計 61－76.

佐藤紘光 (1993). 業績管理会計 (新世社).

註

1　Ronen and Balachandran (1988) には若干の間違いがあるので逐次その指摘もしたい。

2　その十分条件（二階微分条件）は後述の効用関数の特定化により自明に満足される。

3　この二階微分条件は、

$$\frac{d^2\phi}{dQ^2}=\frac{s^{-a}\Theta''-as^{-(a+1)}(\Theta'-\omega)^2}{(1+\frac{a}{b}h^{\frac{1}{b}}s^{\frac{a-b}{b}})}<0$$

である。ここで、$s,\ h,\ a,\ b,\ \omega,\ \Theta'\geqq 0$であるから$\Theta''<0$であれば二階微分条件は満足される。よって、以下では$\Theta''<0$と仮定する。

4　これを示すために$\Theta'(Q^*)=1,\ \omega$の両辺をωで微分すると以下を得る。ここで、Q_ωはQのωに関する導関数をあらわしている。

$$\Theta''(Q^*)Q^*_\omega=1,\ \Rightarrow Q^*_\omega=\frac{1}{\Theta''(Q^*)}<0.$$

5　Euler-Lagrangeの等式のラグランジュ乗数は定数となる。

6　Holmstrom (1979) では (f) が業績とエージェントの行動の結合密度関数としてあらわれてくるが、Ronen and Balachandran (1988) では製品一単位あたり製造費用 (ω) の密度関数を示すにすぎない。また、後述のように、それが一様分布するという仮定をもうけているので、たとえプリンシパルが生産数量を観察したとしても、それから逆算してどのような ω であったかは推測できない。

7　Grossman and Hart (1983) のProposition2で示されているように、エージェントの効用関数が乗法的もしくは加法的に分割可能な関数形をとっていれば、参加条件は等号で成立する。が、分割可能でないときは一般にどのように成立するかは不明であり、Ronen and Balachandran (1988) のエージェントの効用関数 (ψ) は、この分割不可能なタイプになる。すなわち、s^*とδ^*はともにΘとQの関数になっているので、(5) で示したように、ψを分割して個別的にs^*とδ^*を導くことはできない。しかし、Balachandran and Ronen (1989), pp. 183－184, によれば、この参加条件は以下のとき等号で成立するという。

$$\frac{d\tau}{dQ^*} \geq 0.$$

Ronen and Balachandran (1988) のモデルにおいてこの条件は$x \geqq 2Q+\omega$となるので、以下ではxはこの条件が満たされる程度に十分大きな数と仮定する。

8　Ronen and Balachandran (1988) では$+Q_M$の項が削除されているが、この項なしではQ^*のための条件として成立しない。

9　$K-\beta=\frac{(2-\alpha)\omega_m^2}{12}$の導出過程は以下のようである。

$$\begin{aligned}
K &= \int \psi(\omega, \Theta, Q^*) f(\omega) d\omega \\
&= \int_0^{\omega m} \left\{ \frac{R(Q^*)-C_1Q^*}{2-\alpha} - \omega Q^* + \beta \right\} f(\omega) d\omega \\
&= \int_{QM}^{0} \left\{ \frac{R(Q^*)-C_1Q^*}{2-\alpha} - G(Q^*)Q^* + \beta \right\} \frac{1}{\omega_m} G'(Q^*) dQ^* \\
&= \int_{QM}^{0} \left\{ \frac{R(Q^*)-R'\cdot Q^*}{2-\alpha} + \beta \right\} \frac{1}{\omega_m} \frac{R''}{2-\alpha} dQ^* \\
&= -\frac{2}{(2-\alpha)\omega_m} \int_{QM}^{0} \left\{ \frac{(x-Q^*)Q^*-(x-2Q^*)Q^*}{2-\alpha} + \beta \right\} dQ^* \\
&= -\frac{2}{(2-\alpha)\omega_m} \left[\frac{\frac{1}{3}Q^*}{2-\alpha} + \beta Q^* + C_x \right]_{QM}^{0} \\
&= -\frac{2}{(2-\alpha)\omega_m} \left[\frac{Q_M^3}{3(2-\alpha)} + \beta Q_M \right] \\
&= \frac{1}{Q_M} \left[\frac{Q_M^3}{3(2-\alpha)} + \beta Q_M \right] \\
&= \frac{Q_M^2}{3(2-\alpha)} + \beta
\end{aligned}$$

$$= \frac{(2-\alpha)\omega_m^2}{12} + \beta(=K)$$

よって、$K-\beta = \frac{(2-\alpha)\omega_m^2}{12}$の関係が導けた。

10 Ronen and Balachandran (1988) では$-(K-\beta)$を欠いた形が現金受領額の期待値として示されているが、それでは期待値を示すと言えない。

11 Ronen and Balachandran (1988) のp. 310には$T_D(Q^*) = \omega_m - \frac{Q^{*2}\omega_m^2}{12(K-\beta)}$とあるが単純な計算ミスないしは誤植と思われる。

12 QcとQ^*の差を$\mathcal{D}_Q$と表わすことにすると、

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_Q &= Q_C - Q^* = \frac{(\omega_m-\omega)(2-\alpha)}{2} - \frac{x-\omega}{2} \\
&= \frac{\omega}{2\omega_m}x - \frac{\omega}{2} \\
\frac{\partial \mathcal{D}_Q}{\partial x} &= \frac{\omega}{2\omega_m} \geq 0 \\
\frac{\partial^2 \mathcal{D}_Q}{\partial \omega \partial x} &= \frac{1}{2\omega_m}
\end{aligned}$$

となり、xに$\mathcal{D}_Q$は非減少することがわかる。

13 プリンシパルの効用は集権化のケースでQに対し逓増的に増加する。

$$\frac{d\tau(Qc)}{dQc} = 2Qc > 0,$$
$$\frac{d^2\tau(Qc)}{dQ^2c} > 0$$

14 エージェントの効用は逓増的に増加する。

$$\frac{d\phi(Q^*)}{dQ^*} = \frac{\omega_m^2}{6(K-\beta)}Q^* > 0,$$
$$\frac{d^2\phi(Q^*)}{dQ^{*2}} = \frac{\omega_m^2}{6(K-\beta)} > 0.$$

15 プリンシパルの効用は分権化のケースで逓減的に増加する。

$$\begin{aligned}
\frac{d\tau(Q^*)}{dQ^*} &= (x-\omega_m) - Q^*\frac{12(K-\beta)-\omega^2}{12(K-\beta)} \\
&= 2.96 - 0.0592Q^* > 0, \\
\frac{d^2\tau(Q^*)}{dQ^{*2}} &= -0.0592 < 0.
\end{aligned}$$