

特定多数を使う委員会の決定について

—DUNCAN BLACK の要約—

佐々木 正 廣

- I. はじめに
- II. 定義と仮定
- III. メンバーの選好曲線が単峰型の場合
- IV. カルテル理論への応用
- V. メンバーの選好曲線に何の制約もない場合

I. は じ め に

K. J. Arrow は、〔1〕の不可能性定理によって、民主的でかつ合理的な集合的選択ルールの不存在を証明したが、Duncan Black は、個人の選好関係に制約を加え、選好曲線が単峰型であるという仮定を設けて、集合的意思決定の可能性を〔2〕、〔3〕で論じている。

これは、選好曲線の単峰型を仮定して、様々な多数決の規模で、すなわち、単純多数決から満場一致までの任意の規模で投票が行なわれる場合の集合的意思決定の結果を論じ、また、その集団が決定に際し、現実的な2つの手続きを採用する場合の結果を論じた〔3〕を要約したものであり、全体を通して、それに従っている。

II. 定 義 と 仮 定

彼は、まず、ある委員会で、集団としての意思決定、すなわち、集合的意思決定を行なう場合に、その各メンバーは、委員会の前に、諸動議をある選好順

序により序列をつけると仮定している。いいかえれば委員会の各メンバーは、その開催以前に、諸動議についての自分の評価表を作成する。それは、図1の左図のような垂直線上の点によっても、あるいは右図のように、横軸に各動議をとり縦軸に選好順序をとった座標平面上の点によっても表わすことができる。この場合に重要なのは、各点の絶体的位置ではなく、諸動議の順序を示す相対的位置のみである¹⁾。

その委員会が、集合的意思決定のために採用する多数決は、単純多数決から満場一致までの任意の規模が考えられるが、もし、単純多数決が採用されるならば、委員会の決定は、そのメンバーの中位者 (median) の最適な動議となることがある²⁾。

次に、この委員会は、ある所与の問題について、投票という手段をもって決定を行なうと仮定する。この問題については、経済的な問題でも、その他のものでも、任意の問題でかまわない。

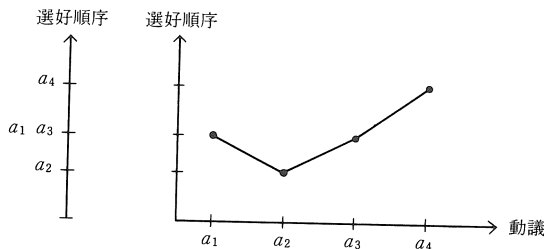
委員会には n 人のメンバーがおり、投票において、各メンバーが1票の投票権を持つものとする。投票の結果、もし、同票 (対) になった場合には、議長の役割を果たすようなメンバーに特別投票の権利を与え、そのメンバーの投票により、委員会の決定が行なわれるものとする。また、提示された動議は m 個であり、それを a_1, a_2, \dots, a_m で表わす。 m は通常有限であろう。委員会が採用する多数決は、単純多数決から満場一致までの任意の規模であろうが、用いられる多数決を比率 $M:n$ で示すことにする。ここで、 M は、当該動議の得票数であり、 n はメンバー数である。したがって、この比率 M/n は、単純多数決の場合、 $M/n > 1/2$ となり、満場一致の場合には、 $M/n = 1$ となるので、 M が n の過半数の任意の数である時、 $1/2 < M/n \leq 1$ の範囲となる。もし、 n が奇数、すなわち、 $n = 2N + 1$ (N は整数) ならば、単純多数決の場合の最小の M は、 $M > n/2 = N + \frac{1}{2}$ となり、その時の最少必要得票数は、 $M = N + 1 = (n + 1)/2$ となる。もし、 n が偶数ならば、単純多数決の場合の最少必要得票数は、 $M = n/2 + 1$ となる。したがって、 M の範囲は次のように考えられる。

$$1 \geq \frac{M}{n} > \frac{1}{2} \quad \text{または} \quad \begin{cases} 1 \geq \frac{M}{n} \geq \frac{n+1}{2n} & (n \text{ が奇数の場合}) \\ 1 \geq \frac{M}{n} \geq \frac{(\frac{n}{2}+1)}{n} & (n \text{ が偶数の場合}) \end{cases}$$

次に、メンバーの選好表，又は選好曲線を描く。委員会の各メンバーは，順序はどうであれ，ある一定の選好順序で，提示された動議を格づけすると仮定していたので，4つの動議が提示された時，メンバーAは， a_4 を最も望ましく，次に a_1 と a_3 を同等に望ましく考え， a_2 を最も望ましくないものとして格づけするものとする。すなわち，メンバーAの選好関係は， $a_4 P_A a_1 I_A a_3 P_A a_2$ ³⁾であるとする。この場合のメンバーAの選好表，あるいは，選好曲線は，図1に示される。

左図は，メンバーAの選好表であり，Aの選好順序に従い， a_4 が最も高く，その下に a_1 と a_3 が位置し，最も低いところに a_2 が位置している。この表で重要なのは，各動議を示す点の相対的位置であり，したがって，この表を全体的に，あるいは部分的に，上下に引き伸ばしても，あるいは短縮しても，各点の相対的位置さえ変わらなければ，かまわないのである。右図は，縦軸に選好順序を取り，横軸に各動議を示す4点とらわれている座標平面上の選好曲線である。もちろん，Aの選好順序に従い， a_4 に対応する点が最も高く，次に a_1 と a_3 ， a_2 に対応する点が最も低い。また，同様に垂直軸を引き伸ばしても，短縮しても，各点の相対的位置が変わらなければ，かまわない。この時，重要

図 1



なのは、各動議の示す選好曲線上の4点のみであり、それらの点を結ぶ線分は何の意味も持たない。

委員会の n 人のメンバーは、各々に、選好曲線を持っており、評価の対象となる動議が同じであれば、その選好曲線がどのような形状であっても、すべてのメンバーの選好曲線を図1の右図に描き入れることができる。

メンバーの選好曲線上の連続する2点を結ぶ線分は、 $(n-1)$ 本描くことができるが、それらの線分が、選好曲線の全体にわたり常に右上がりであるか、あるいは、常に右下がりであるか、あるいは、最初は常に右上がり、途中から右方は常に右下がりとなる場合に、この選好曲線は単峰型であるという。したがって、単峰型の選好曲線は、大まかに図2の3種類であり、図1に示された選好曲線は単峰型ではない。

ここで、委員会のすべてのメンバーの選好曲線は単峰型であると仮定する。

メンバーの選好曲線の実際の形状は様々であり、その形状は、横軸上の動議の位置、特に、動議の順序の変化に依存して変化する。しかし、委員会が決定する問題が数量である場合、横軸上に左から右へ順次増加するように配置されるならば、時々、各メンバーの選好曲線は単峰型になる。それは、ある数量を取り扱う場合、自分にとっての最適規模の数量を取り上げようと試みると思われるので、この最適規模が最も望ましく、したがって、最も高い選好順位を与えるだろう。また、提示された任意の規模（数量）は、最適規模から離れる程、その選好順位は下位になろう。この時、メンバーの選好曲線は単峰型になる。

図 2

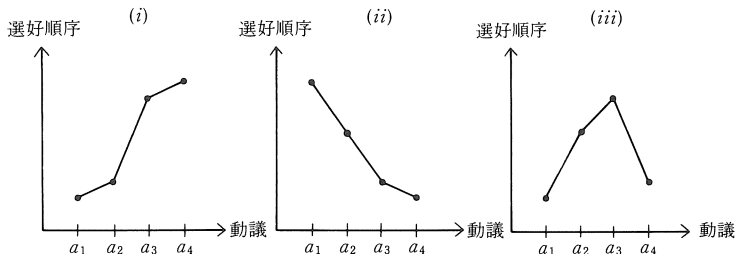
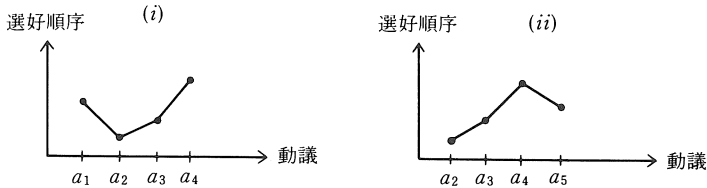


図 3



もう一つの可能性は、動議が数量でない場合でも、横軸上に示される動議の順序を並べ変えることにより、すべてのメンバーの選好曲線が単峰型になる場合である。図3の(i)から(ii)へ動議の順序を変える、すなわち、左から a_1, a_2, a_3, a_4 を a_2, a_3, a_4, a_1 とすることにより選好曲線の形状も変化する。このような操作により、すべてのメンバーの選好曲線が単峰型になる可能性がある。

最後に、委員会の各メンバーは、自分の選好順序に従って、提示された2つの動議のうち、より高い動議に投票すると仮定する。したがって、(図1)もし、動議 a_4 が動議 a_3 と投票に出されたならば、メンバーAは、 a_3 より a_4 の方が高い選好順位にあるので、 a_4 に投票する。もし、 a_1 と a_3 が投票に出された場合には、彼の選好順位は同じであり、無差別なので、Aは投票を控える。

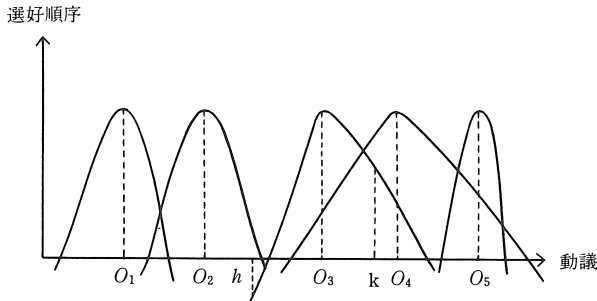
Ⅲ. メンバーの選好曲線が単峰型である場合

Black は、ここで、メンバーの選好曲線が単峰型であるという仮定のもとで導き出される一連の系と2つの定理を示している。

選好曲線を考える場合は、その極大点に対応する最適値が重要な意味をもつので、各メンバーの選好曲線の最適値を左から右へ順次 O_1, O_2, \dots, O_n とする。これは、委員会のメンバーが5人の場合の選好曲線群を描いた図4で示されている。

系1：もし、点 h が点 k に対して投票に出され、 $h < k$ であれば、その時、

図 4

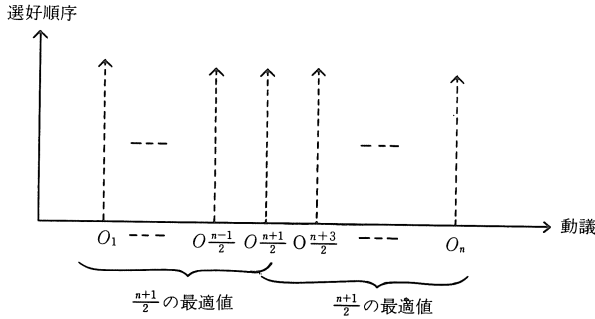


h より左に最適値をもつすべてのメンバーは、必ず h に投票し、 k より右に最適値をもつすべてのメンバーは、必ず k に投票するだろう。他の各々のメンバーは、すなわち、 h と k の間に最適値をもつメンバーは、この2つのうち、自分の選好表上で、より高く位置している方に投票するであろう。

図4において、点 h と点 k は適当に決めているが、点 h 上、またはそれより左に最適値があるメンバー、すなわち、この場合であれば、 O_1 と O_2 が最適値であるメンバーは、 h から k へ横軸上を右方へ移動するにつれて、選好曲線が下がっていくので、 h と k の投票では、 h に投票する。同様に点 k 上、または、それより右に最適値があるメンバー、すなわち、 O_4 と O_5 が最適値であるメンバーは k に投票する。 O_3 が最適値となるメンバーは、 $h < O_3 < k$ であるから、 h と k の選好順位の高い方に投票する。図4では、 h は横軸以下であり、 k はそれ以上であるので、 k に投票する。

定理：委員会が単純多数決を使い、そのメンバー数 n が奇数である時、委員会の決定は $O_{(n+1)/2}$ となるであろう。メンバー数 n が偶数の時、もし議長的最適値が $O_{n/2}$ 上、または、それより左にあれば、その決定は $O_{n/2}$ となろう。一方、議長的最適値が $O_{n/2+1}$ 上、またはそれより右にあれば、その決定は、 $O_{n/2+1}$ となろう。

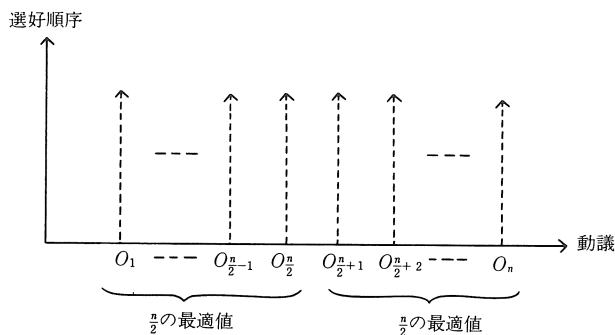
図 5



委員会のメンバー数 n が奇数の時 (図 5), 中央の最適値は $O_{(n+1)/2}$ であり, この上, または, これより右に $(n+1)/2$ のメンバーが最適値をもつ。これらのメンバー全員が, 系 1 より, $O_{(n+1)/2}$ より左の任意の点に対して, $O_{(n+1)/2}$ に投票する。故に $O_{(n+1)/2}$ は, これより左の任意の点に対して, 少なくとも $(n+1)/2:n$ の多数を得ることになる。同様に, $O_{(n+1)/2}$ 上, または, それより左に $(n+1)/2$ のメンバーが最適値を持つ。故に $O_{(n+1)/2}$ は, これより右の任意の点に対して, 少なくとも $(n+1)/2$ の多数を得る。したがって, $O_{(n+1)/2}$ は, 全範囲の任意の点に対して, 少なくとも, $(n+1)/2$ の得票があり, 単純多数を得ることができる, 故に, これが委員会の決定となる。

n が偶数の場合 (図 6), $O_{n/2}$ と $O_{n/2+1}$ の 2 つが中央の最適値となる。この時, $O_{n/2}$ 上, または, それより右に $(n/2)+1$ の最適値があり, したがって, この点は, それより左の任意の点に対し, 少なくとも, $(n/2+1):n$ の多数を得る。また, $O_{n/2}$ 上, または, それより左に $n/2$ の最適値があり, したがって, この点は, それより右の任意の点に対し, 少なくとも $n/2:n$ の半数の投票を得る。 $n/2:n$ の時, すなわち, 同票 (対) の場合に, 議長の最適値が $O_{n/2}$ 上, または, それより左にあれば, 決定投票により, $O_{n/2}$ が投票の勝者となる。故に, 議長の最適値が $O_{n/2}$ 上, または, それより左にある場合には, $O_{n/2}$ が全範囲の任意の点に対し, 単純多数を得ることができ, 委員会の決定となる。同様に, 議長の最適値が $O_{n/2+1}$ 上, または, それより右にある場合には, $O_{n/2+1}$

図 6



が委員会の決定となる。

ここで、 O_{med} を定義している。

$$O_{med} \begin{cases} = O_{(n+1)/2}; \text{メンバー数 } n \text{ が奇数の場合} \\ = O_{n/2}; \text{ } n \text{ が偶数で、議長の最適値が } O_{n/2} \text{ 上、または、これより左にある場合} \\ = O_{n/2+1}; \text{ } n \text{ が偶数で、議長の最適値が } O_{n/2+1} \text{ 上、または、これより右にある場合} \end{cases}$$

この定義により、いかなる状況のもとでも、委員会が単純多数決を採用するならば、その決定は、常に O_{med} で示することができる。

系 2：多くの最適値が O_{med} に重複していない限り、すべての反対提案に対し、かろうじての過半数より多く⁴⁾を得票できる値は存在しない。

O_{med} は、単純多数決で勝者となるので、これに対して、過半数を得票できる値は存在しない。故に、もし、任意の反対提案（動議）に対して、かろうじての過半数より多くを得票できる値が存在するならば、それは O_{med} 自身である。しかし、 n が奇数の場合には、 O_{med} は、 $[O_{(n-1)/2}, O_{(n+1)/2}]$ ⁵⁾ の任意の

点に対しては、かろうじて過半数、すなわち、 $(n+1)/2$ だけしか得票できず、それより多くを得ることはできない。 n が偶数の場合には、 $[O_{n/2}, O_{n/2+1}]$ の任意の点に対して、議長の決定投票により、かろうじて過半数を得票できるだけであり、それより多くは得られない。故に、系 2 が成立する。

系 3 : $h < O_{\text{med}}$ なる h が与えられれば、その時、

(a) 全範囲の点について、 h に対する投票で、それより右の最も近い点より多くの投票を得ることができる点はない。また、この点は、 h に対して、少なくとも、常に単純多数を得ることができる。

(b) h より左の点について、 h に対する投票で、これより左の最も近い点より多くの投票を得ることができる点は存在しない。しかし、 h は、これより左の点に対して、少なくとも、常に単純多数を得ることができる。

$h > O_{\text{med}}$ なる h が与えられれば、その時、

(c) 全範囲の点について、 h に対する投票で、これより左の最も近い点より多くの投票を得ることができる点は存在しない。また、この点は、 h に対して、少なくとも、常に単純多数を得ることができる。

(d) h より右の点について、 h に対する投票で、これより右の最も近い点より多くの投票を得ることができる点は存在しない。しかし、 h はこれより右の点に対して、少なくとも、常に単純多数を得ることができる。

このことは、系 1 から容易に導かれる。

系 4 : (a) もし、 $h \leq O_{n-M+1}$ ならば、 h は、これより左の任意の値を、少なくとも、 $M:n$ の多数で負かすことができる。ただし、 M は、

$1 \geq M/n > \frac{1}{2}$ である。

(b) もし、 $h \geq O_M$ ならば、 h は、これより右の任意の値を、少なくとも、 $M:n$ の多数で負かすことができる。

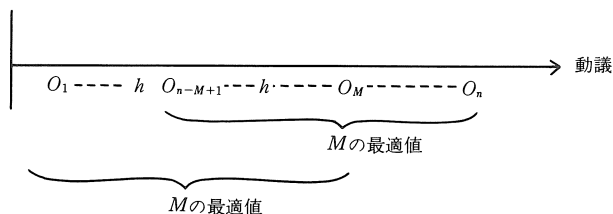
もし、 $h = O_{n-M+1}$ ならば、 h 上、または、これより右に M の最適値が存在し、もし、 $h < O_{n-M+1}$ ならば、 M 以上の最適値が存在する。したがって、 h は、それより左の任意の値に対して、少なくとも、 $M:n$ の多数を得票できる。これは、 $n - (n - M) = M$ で示されるように、 $[O_{n-M+1}, O_n]$ に M の最適があるように、 $n - M + 1$ がうまく選ばれているからである (図7)。

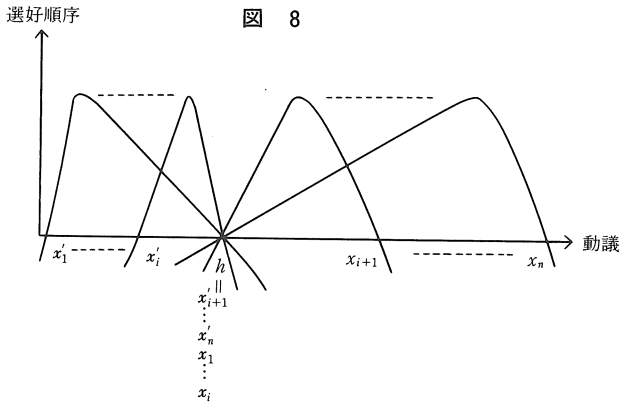
系5：全範囲の変数 (動議) で、 $M:n$ ($1 \geq M/n > 1-2$) と同様に高い多数で、 $[O_{n-M+1}, O_M]$ の点を負かすことができる点は存在しない。

図7の h' を $[O_{n-M+1}, O_M]$ の任意の点とすると、 h より右の最適値は M より少なく、せいぜい $M-1$ であり、また、 h より左の最適値も、同様に、せいぜい $M-1$ しかない。したがって、 h' に対する投票で、 $M:n$ の多数を得票できる点は存在しない。

ここで、幾可学的に、投票の結果を導き出すことを試みている。
 h を、 $1 \geq M/n > \frac{1}{2}$ なる M に対して、 $M:n$ の多数を得なければならない値とする。

図 7





第1の場合； $O_{n-M+1} \leq h \leq O_M$ である場合。

h が $[O_{n-M+1}, O_M]$ にあるので、系5より、必要多数で h を負かすことができる値は存在しない。

第2の場合； $h < O_{n-M+1}$ あるいは、 $h > O_M$ である場合。

もし、 h が $[O_{n-M+1}, O_n]$ の外にあれば、各メンバーの選好曲線が水平軸上の共通点 h を通り描かれる時、水平軸と各選好曲線の左側の交点を順次 x'_1, x'_2, \dots, x'_n とする。また、水平軸と各選好曲線の右側の交点を、順次 x_1, x_2, \dots, x_n とする⁶⁾。選好曲線は単峰型であり、各曲線は、点 h で水平軸と交わり、点 h に n の x'_i 、または x_i が重複する(図8)。

もし、 $h < O_{n-M+1}$ ならば、少なくとも M の選好曲線は、 h から右方へ上昇している。故に、 h より右のある範囲の値は、少なくとも $M:n$ の多数で h を負かすことができる。

たとえば、委員会は100人のメンバーから成り、そこで要求される多数が90%である時、7人のメンバーの最適値は h より左にあり、93人は右にあると仮定する。図7で $n=100, i=7$ の場合である。線分 (h, x_8) のすべての点は、93の選好曲線の下にあり、線分 (h, x_9) のすべての点は、少なくとも、92の選好曲線の下にある。したがって、線分 (h, x_{11}) 、すなわち、線分 (h, x_{n-M+1}) のすべての点は、少なくとも90の選好曲線の下にあるので、 h に対して、少なくと

も90:100, すなわち90%の多数を得ることができる。

この線分の端点 $x_{11}(x_{n-M+1})$ は, 90の選好曲線のうち少なくとも1つが h と同じ選好水準である。その時その選好曲線をもつ個人は投票を控えるので, x_{11} は, h に対して, せいぜい $88:99 < 90:100^{7)}$ の得票しかない。すなわち, x_{11} は90%の必要多数で h を負かすことができない。

一般的に, $h < O_{n-M+1}$ であれば, (h, x_{n-M+1}) のすべての点が, h に対し, $M:n$ の必要多数を得ることができる。

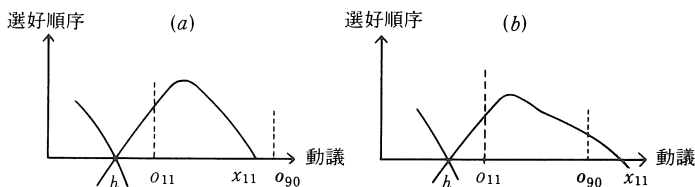
もし, $h > O_M$ であれば, 同様の議論により (x'_M, h) のすべての点は, h に対し, $M:n$ の必要多数を得ることができる。

点 x_{11} は必ず O_{11} より右方に存在する。すなわち, $x_{11} > O_{11}$ となり, (h, x_{11}) のすべての点は, 90%の多数で h を負かすことができる。その時, x_{11} は $O_{11} \cdot O_{90}$ の範囲内に生じるかもしれない (図9 (a))。この場合, 線分 (O_{11}, x_{11}) の点で, 他の任意の値により, 90%の多数で負ける点は存在しない。これが成立する x_{11} の限界値は, x_{11} が O_{11} より右で, かつ, それに最も近い値である。すなわち, 値 “ $O_{90}+$ ” である。故に, このことは, $x_{11} < O_{90}+$ の場合に成り立つ。他方, $x_{11} > O_{90}+$ の場合 (図9 (b)), $[O_{11}, O_{90}]$ の任意の点は, 90%の多数で h を負かすことができ, それ自身は他の任意の値に負けることはない。しかし, (h, O_{11}) , または, $[O_{90}, x_{11})$ の任意の点は, 90%多数で h を負かすことができるが, ある値に90%多数で負ける可能性もある。

系と上記の推論から, 次の定理が導き出されている。

定理: 値 h に対して, $M:n$ の多数が要求される場合 ($1 \geq M/n > 1/2$)。

図 9



- (a) もし、 $O_{n-M+1} \leq h \leq O_M$ ならば、 h を負かすことができる値は存在しない。
- (b) もし、 $h < O_{n-M+1}$ ならば、 (h, x_{n-M+1}) の値は、必要多数で h を負かすことができる。この範囲の値について、もし $x_{n-M+1} \leq O_{M+}$ ならば、線分 (O_{n-M+1}, x_{n-M+1}) の点は、他の任意の値に $M:n$ 多数決で負けることはない。また、もし、 $x_{n-M+1} > O_{M+}$ ならば、線分 $[O_{n-M+1}, O_M]$ の点は、他の任意の点に $M:n$ 多数決で負けることはない。
- (c) および (d) もし、 $h > O_M$ ならば、同様の結論が、 O_M , “ O_{M-} ” (O_M より左で、これに最も近い点)、及び x'_M によって示される。

彼は、次に、特別多数決を採用している委員会の主要な現実的手続きを考察している。それは、次の2つの手続きである。

手続き (a): h が示される現存ルール、あるいは、取り決めにを変更するために、対抗動議は、 h に対して、 $M:n$ の多数を得られるべきであると仮定する ($1 \geq M/n > 1-2$)。次の2つのテストを行なう。

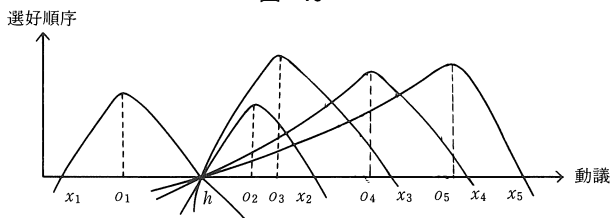
テスト (i); 単純多数決が採用され、各動議は、少なくとも1度、投票過程に入れられ、このテストを通過した動議が選ばれる。

テスト (ii); そのようにして選ばれた動議が h に対する投票に出され、委員会の決定となるためには、少なくとも $M:n$ 多数で h を負かすことが要求される。

もし、 $O_{n-M+1} \leq h \leq O_M$ ならば、定理 (a) より、委員会の決定は不変のままで、 h となる。

もし、 $h < O_{n-M+1}$ 、あるいは $O_M < h$ ならば、両テストを実施しなければならない。テスト (i) により、 O_{med} が選ばれる。次に、テスト (ii) の結果を得るために、水平軸上の共通点 h を通る各メンバーの選好曲線を描く。 $h < O_{n-M+1}$

図 10



と仮定すると、 O_{med} が (h, x_{n-M+1}) にあれば、 O_{med} は必要多数で h を負かす。もし、 $h > O_M$ で、 O_{med} が (x'_M, h) にあれば、 O_{med} はやはり必要多数で h を負かす。したがって、 O_{med} がこれらの範囲にある時に限り、テスト (ii) を通過する。故に、 O_{med} が委員会の決定となる。

次のような例を示している。

$n=5, M=4$ であり、メンバーの選好曲線は図10で表わされる。

この時、 $n-M+1=2$ であり、 $O_M=O_4, O_{n-M+1}=O_2$ なので、 $h \in [O_2, O_4]$ である。したがって、2つのテストを行なわねばならない。テスト (i); 単純多数決投票の結果、 O_3 が選択され、 $O_3=O_{med}$ である。テスト (ii); $h < O_2$ であり、かつ $O_3=O_{med} \in (h, x_2)$ なので、定理 (b) より、 O_3 は 4 : 5 で h を負かすことができる。故に、 O_3 は委員会の決定となる。

手続き (b); 委員会で現存ルールを変更するために、次の手続きが要求される。

テスト (i); あいついで投票に出される動議は、議長によって選ばれるか、あるいは、ある他の任意の方法で選ばれる。 h に対して $M:n$ 多数を得ることができる動議が見つかるまで、 h に対して動議が投票に出される。
 テスト (ii); もしあれば、 h に対して、 $M:n$ 多数を得た最初の動議は、他の動議によって、 $M:n$ で負けるまで有効である。すべての動議が投票に出され、最後に残った動議が委員会の決定となる。

この手続きでは、動議の提出順序により、最終結果が異なる場合がある。もし $O_{n-M+1} \leq h \leq O_M$ ならば、やはり委員会の決定は h のままである。もし $h < O_{n-M+1}$ ならば、水平軸上の共通点 h を通る各メンバーの選好曲線を描く。ここで、もし h を負かす最初の値が $[O_{n-M+1}, x_{n-M+1})$ であれば、この値が委員会の決定となる。また、 h を負かす最初の値が、 $h < k < O_{n-M+1}$ なる k であったり、あるいは $x_{n-M+1} > O_M$ のとき、 $O_M < i < x_{n-M+1}$ なる i であれば、水平軸上の共通点として、 k あるいは i を通る各メンバーの選好曲線を描き直し、解を捜し続けねばならない。

$h > O_M$ の時、同様の考察ができる。

IV. カルテル理論への応用

まず、ある産業において、不況の期間、少なくともいくつかの企業は、その産業全体で価格カルテルを結成できれば、自分達はより良くなると信じていると仮定している。企業の代表による会合で、販売価格に関して各代表が思いついた様々な価格を提示し、満場一致の合意ができれば、それが可能であるとする。簡単化のために、その産業には、単一の無差別の商品を生産する5つの企業があると仮定する。その商品には、単一の市場価格 P があり、この現行価格より高い価格に固定できる可能性を検討する。そのために、各企業は、 $P < P'$ となる任意の価格 P' で受け取るであろう予想収入と費用の正確な見積りをつくり、それにより、諸価格 P' を格づけする。すなわち、最も高い利潤水準をもたらす価格が最も選好され、2番目の利潤水準の価格が次に選好され、……。横軸に価格を計り、右方程、より高い価格水準であるとする。縦軸には、やはり選好順序をとった座標平面を利用する。

もし任意の企業の選好曲線が、 P より高い範囲にわたって、水平軸より下にある(図11)ならば、合意には達しない。なぜなら、その企業にとって、任意の P' より P がより高い選好順序にあり、したがって、より高い利潤水準をもたらすからである。これは、費用が一定であれば、需要の価格弾力性が1より

図 11

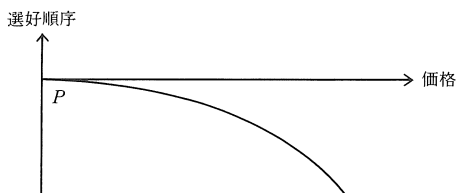
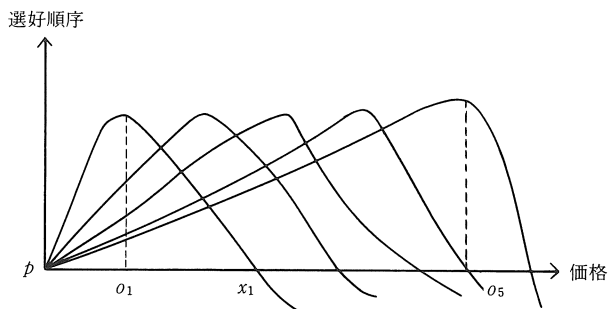


図 12



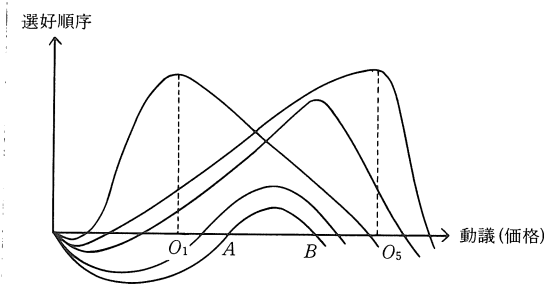
大なるときであろう。

もしすべての企業の選好曲線が、図12のように、水平軸より上にあるならば、これらの5つの企業は、 P より (P, x_1) の任意の価格を選好する。

しかし、最も安い最適価格 O_1 より安い価格や、最も高い最適価格 O_5 より高い価格は、どの企業も提案せず、したがって、価格同意の可能な範囲は、 $x_1 < O_5$ の場合、 $[O_1, x_1)$ となり、 $x_1 > O_5$ の場合、 $[O_1, O_5]$ となると Duncan Black は述べているが、各企業が互いに他企業の選好曲線がわからない時は、 (P, O_1) も合意の可能性があるとされる。

さて、5つの企業すべての選好曲線が、必ずしも単峰型でなくても、合意に達する可能性がある。それは、図13に示されるような選好曲線群の場合であり、この時、合意の可能性のある範囲は、5つの選好曲線が同時に水平軸より上に位置する領域、すなわち、 (A, B) の範囲であろう。

図 13



V. メンバーの選好曲線に何の制約もない場合

最後に、これまで仮定してきた選好曲線が単峰型であるという条件をはずし、任意の形状の選好曲線の場合について論じている。

有限数 m の動議を a_1, a_2, \dots, a_n とし、そのうちの1つ、たとえば a_m が現存ルールであるとする。 a_m に代わる動議は、特定多数を得る必要があると仮定する。

簡単な例で示すために、4人のメンバー、A, B, C, Dが5つの動議 a_1, a_2, \dots, a_5 と現存動議 a_6 を格づけすると仮定する。各メンバーの選好関係は、

図 14

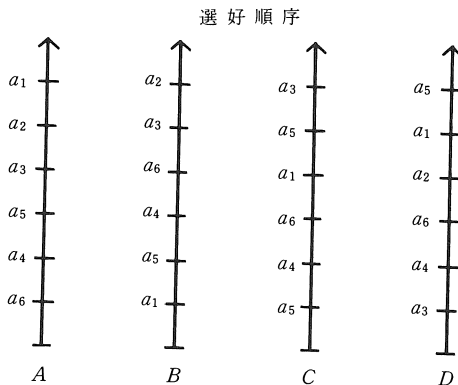


図14に示される通りであり、Cを委員会の議長とする。

これをもとに、任意の2動議の投票の結果を示す投票行列をつくる。その行列の (a_i, a_j) 要素には、その2動議の投票の結果、各々が得られる投票数を入れる。たとえば、 (a_1, a_2) 要素には、この2動議が投票に出されるとき、メンバーAとDは選好表から a_1 に投票するし、BとCは a_2 に投票するので、(2.2)を代入する。同様のことを、すべての要素について繰り返し行なうと下のような行列ができる。ただし、対角要素 (a_i, a_i) は、それ自身との投票となり、無意味なので、0を代入している。要するに、各メンバーの選好表から、各動議のリーグ対戦表を作成すればよいのである。

図 11 の 投 票 行 列

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
a_1	0	(2.2)	(2.2)	(3.1)	(2.2)	(3.1)
a_2	(2.2)	0	(3.1)	(4.0)	(3.1)	(4.0)
a_3	(2.2)	(1.3)	0	(3.1)	(3.1)	(3.1)
a_4	(1.3)	(0.4)	(1.3)	0	(2.2)	(1.3)
a_5	(2.2)	(1.3)	(1.3)	(2.2)	0	(2.2)
a_6	(1.3)	(0.4)	(1.3)	(3.1)	(2.2)	0

この委員会で規定された特定多数の規模は3：4とする。

もし委員会が上述の手続き(a)を実行するならば、テスト(i)で a_2 が選ばれる。 a_3, a_4, a_5 に対しては、行列からわかるように、単純多数を得ることができ、 a_1 に対しては同票であるが、Cが議長であるので、その決定投票の結果 a_2 が選ばれる。テスト(i)で選ばれた a_2 が現存動議 a_6 に対して投票に出されると、行列要素 (a_2, a_6) より、投票の結果は4：4となり、規定の3：4を満たす。したがって、 a_2 が委員会の決定となる。

もし委員会が手続き(b)を採用すれば、テスト(i)で選択される可能性があるのは、 a_1, a_2, a_3 の3動議である。これらは、 a_6 を3：4で負かすことができ、しかも、他の動議は、任意の動議に対して、必要多数を得票できないからである。テスト(ii)では、 a_1, a_2, a_3 の3動議の提示順序により結果が異なる。

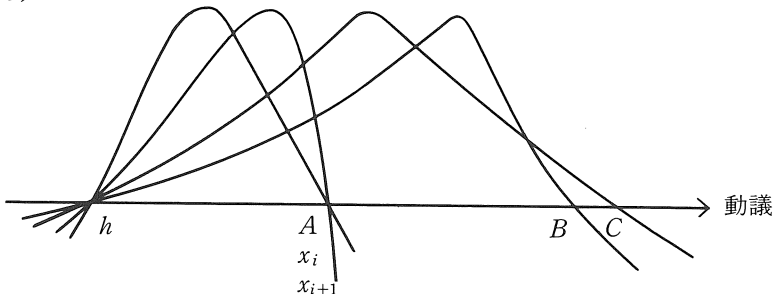
可能な順序と結果は次の通りである。

$$\begin{array}{ll} a_1, a_2, a_3 \Rightarrow a_1 & a_1, a_3, a_2 \Rightarrow a_1 \\ a_2, a_1, a_3 \Rightarrow a_2 & a_2, a_3, a_1 \Rightarrow a_2 \\ a_3, a_1, a_2 \Rightarrow a_2 & a_3, a_2, a_1 \Rightarrow a_1 \end{array}$$

したがって、この3動議のうち、 a_1 が最初に提示されれば、委員会の決定は a_1 となり、 a_1 より a_2 、あるいは a_3 が先に提示されれば、その決定は a_2 となる。

注 釈

- (1) DUNCAN BLACK [2] で詳細に述べられている。
- (2) ”
- (3) 記号 P と I は選好関係を表わし、添字 A は、メンバー（個人）を表わしている。故に、 $xP_A y$ は、メンバー A が y に対して x を強意に選好することを示し、 $xI_A y$ は、メンバー A は x と y が無差別であることを示す。
- (4) かりうじでの過半数 (a bare majority) は最少の過半数であり、例えば、 n が7であれば4を意味する。したがって、これより多くとは、5以上のことである。
- (5) $[x, y]$ は、端点 x, y を含む線分 \overline{xy} を示し、 (x, y) は端点を含まない線分である。また $(x, y]$ は端点 y のみを含み、 x は含まない線分 \overline{xy} を示している。
- (6)



上図のような場合には、点 A で2本の選好曲線が重複しているので、 A に x_i と x_{i+1} の記号を付す。また、 B, C のように、 B の通る曲線の最適値が C を通る曲線の最適値よりも右にある場合でも、 x の付し方は左から、すなわち、 B の方が若い番号となる。

- (7) 1人が投票を控えるので、投票者数は $n-1$ 、すなわち、ここでは99人となる、投票を控えた1人はその最適値が h より右にあるので、 h に反対投票していた

メンバーである。したがって、90が89となる。

参 考 文 献

- [1] Arrow, K. J., 「Social Choice and Individval Value」〔アロー, 『社会的選択と個人評価』長名寛明訳, S52. 日本経済新聞社〕。
- [2] Black, D., “On the Rational of group Decision-Maling”, *Journal of Political Economy*, 56 (1948), pp.23-34.
- [3] —, “The Decision of a committee using a special Majority”, *Econometrica*, 16 (1948), pp.245-261.